Jean Bourgain (1954–2018), las matemáticas sin frontera

por

Jesús Bastero y Luis Vega

Jean Bourgain. Foto: George M. Bergman, Wikipedia.

El pasado 22 de diciembre de 2018 moría en el hospital de Bonheiden, provincia de Amberes, Bélgica, Jean Bourgain a la edad de 64 años. Jean Baron Bourgain, su nombre formal desde que le fue concedido ese título en julio de 2015 por el gobierno belga, era *IBM von Neumann Professor* en el Institute for Advanced Study (IAS) de Princeton, EE.UU., en el momento de su muerte.

Con su desaparición las matemáticas y, en particular, el análisis matemático, sufren una tremenda pérdida, pues ha sido uno de los investigadores más profundos y prolíficos en el final del siglo pasado y principios del presente siglo.

Su obra ha tenido un impacto esencial. Ha resuelto muchos problemas abiertos en diferentes campos y colaborado con expertos del máximo nivel en problemas variados. Sus publicaciones, más de 500 trabajos de investigación en las mejores revistas, tocan, entre otros, los siguientes temas: ciencias de la computación teórica, teoría de grupos, teoría espectral, teoría de números, ecuaciones en derivadas parciales no lineales de la física matemática, análisis armónico, teoría ergódica y análisis funcional, en particular la geometría de los espacios de Banach.

1. Biografía, reconocimientos y honores

Jean Bourgain nació el 28 de febrero de 1954 en Ostende, Bélgica. Realizó su doctorado bajo la dirección de Freddy Delbaen en la Universidad Libre de Bruselas en 1977, donde también consiguió su grado de habilitación en 1979. Además de ser profesor en este centro de 1981 a 1985, fue J. L. Doob Professor of Mathematics en la

Universidad de Illinois, Urbana-Champaign, de 1985 a 2006. También estuvo como profesor en el Institut des Hautes Études Scientifiques en Bures-sur-Yvette, Francia, de 1985 a 1995. Desde 1994 ha sido Professor en el Institute for Advanced Study, Princeton, New Jersey. Además, en 1988 fue Lady Davis Professor of Mathematics en la Hebrew University de Jerusalem, Fairchild Distinguished Professor en Caltech en 1991, y The Shiing-Shen Chern Visiting Professor en la Universidad de California, Berkeley, en 2012.

Recibió la medalla Fields en el ICM de Zurich en 1994 ([3], [1]). Además de ese y de su título de barón de 2015, ha recibido los siguientes premios y galardones: el premio Salem en 1983; el premio A. De Leeuw-Damry-Bourlart, concedido por el FNRS belga, en 1985; los premios Langevin y E. Cartan de la Academia de Ciencias de Francia en 1985 y 1990, respectivamente; el premio Ostrowski de la Fundación Ostrowski (Basilea, Suiza) en 1991; el premio Shaw en 2010; la I. V. Vernadsky Gold Medal de la Academia de Ciencias de Ucrania en 2010; el premio Crafoord de la Real Academia de Ciencias Sueca en 2012; el premio internacional Antonio Feltrinelli de la Academia Nazionale dei Lincei en 2016; y el Breakthrough Prize en Matemáticas en 2017. Finalmente, la American Mathematical Society concedió a Jean Bourgain el Premio Steele 2018 por los logros de toda una vida de investigación, considerándolo *un gigante en el campo del análisis matemático.*

El escudo de armas elegido por Jean Bourgain cuando fue nombrado barón. Los cuatro círculos tangentes centrales generan un empaquetamiento de círculos de Apolonio. Fuente: Institute for Advanced Study.

Era miembro de la Academia de Ciencias y del Instituto de Francia, de la Academia Europea, de la Academia Polaca de Ciencias, de la Academia Nacional de Ciencias de EE.UU. y de la Real Academia de Ciencias Sueca. Además, fue nombrado Doctor Honoris Causa por la Hebrew University (Israel) en 1991, la Université Marne-la-Vallée (Francia) en 1994 y la Universidad Libre de Bruselas (Bélgica) en 1995. Para más detalle puede verse la información contenida en su página web del IAS, `https://www.ias.edu/scholars/bourgain`.

En los últimos años de su vida, y ya enfermo, colaboró con la RSME como miembro del jurado del Premio José Luis Rubio de Francia. Anteriormente, en 1991, había impartido el Coloquio que se celebra anualmente en memoria de Rubio de Francia en la Universidad Autónoma de Madrid.

2. Algunos aspectos de su obra y opiniones sobre Jean Bourgain

Como ya hemos comentado, la obra de Bourgain es muy extensa y de muy alta calidad. Muchos de sus trabajos son difíciles de leer por la profundidad de los argumentos y recursos empleados. Merecen la pena, a este respecto, los comentarios de Terence Tao [9] sobre su propia experiencia como estudiante graduado en Princeton. En concreto, Tao menciona la dificultad que le supuso entender un, a la postre famoso, artículo de J. Bourgain sobre las propiedades de restricción de la transformada de Fourier a superficies curvadas.

En el ámbito de las matemáticas, y no sin cierta ligereza, es habitual distinguir entre dos tipos de investigadores: los que resuelven problemas y los que crean teorías nuevas. Casi todas las personas que comentan la obra de Bourgain dicen de él que es un investigador del primer tipo, lo que se nos antoja bastante obvio dado el enorme número de problemas abiertos que ha cerrado dando su solución. Sin embargo, aunque no haya ninguna teoría que Bourgain haya introducido y desarrollado, merece la pena destacar que la manera de enfrentarse con los problemas ha generado nuevas técnicas y conceptos que, si no él, muchos otros investigadores han utilizado y desarrollado —véase, por ejemplo, el estudio de las llamadas *álgebras de Bourgain*—. Incluso hay nuevos campos de investigación que han salido de los resultados que Bourgain obtuvo. Como ejemplo puede citarse el análisis geométrico asintótico. En efecto, hacia la mitad de los años 80 Bourgain comenzó a mostrar su interés por el análisis de Fourier. Concretamente, Elias Stein, uno de los líderes de este campo, belga como él y fallecido un día después, le propuso estudiar la acotación de la función maximal de Hardy-Littlewood definida sobre cuerpos convexos en norma p (ver [2]). En este trabajo introduce la constante de isotropía L_K asociada a un cuerpo convexo $K \subset \mathbf{R}^n$ y demuestra que siempre es mayor que una constante absoluta, independiente de la dimensión. Bourgain conjeturó que también debería estar acotada superiormente. Esta conjetura es lo que actualmente se conoce como conjetura del hiperplano de Bourgain o *slicing problem*, y es uno de los problemas abiertos más importantes del análisis geométrico asintótico. La primera estimación fue dada por Bourgain en 1986, $L_K \leq Cn^{1/4} \log n$, para todo cuerpo convexo y toda dimensión (C es una constante absoluta). En 2006 B. Klartag mejoró la estimación probando $L_K \leq Cn^{1/4}$, para lo que usa el transporte de medidas, y, en 2016, Eldan, Lee y Vempala obtuvieron otra demostración usando procesos de Itô.

Observaciones parecidas se podrían hacer en el área de las ecuaciones de ondas no lineales, donde sus trabajos pioneros han supuesto un antes y un después; o sobre sus aportaciones al problema propuesto por L. Carleson a finales de los 70 sobre la convergencia puntual de la solución de la ecuación de Schrödinger al dato inicial. Pero la lista es larga y, como veremos a continuación dando la palabra a cuatro matemáticos que conocen la obra de Bourgain, hay muchos más ejemplos. También animamos al lector a que consulte [6], así como los vídeos de la conferencia que se organizó en su honor en el IAS en 2016, [10].

2.1. Vitali Milman [7]

Jean Bourgain será recordado para siempre como uno de los matemáticos más sobresalientes de nuestro tiempo. Bourgain cambió la cara del análisis y revolucionó nuestro conocimiento sobre el mismo. Sus logros, visión y agudeza de percepción unieron direcciones de las Matemáticas muy distantes y diversas en una entidad muy potente y extensa. Cuando hoy decimos «análisis», nos estamos refiriendo no solo a los aspectos clásicos, sino a la teoría ergódica, las ecuaciones en derivadas parciales, varias direcciones de la teoría analítica de números, geometría y combinatoria (incluyendo complejidad). Esto es indudablemente el resultado de los logros de Bourgain, sin precedentes en su gran fuerza y diversidad. Es casi incomprensible: alrededor de 550 trabajos de análisis difícil, escritos en menos de 40 años. El torrente de sus logros es difícil de captar, el número de problemas abiertos durante mucho tiempo que Bourgain ha resuelto pueden contarse por decenas, quizás acercándose a un centenar, y solo esto llevaría un libro para ser descrito. Bourgain introdujo, dominó y perfeccionó muchos métodos diferentes en cada extremo del Análisis incluyendo, quizás, una docena de campos vecinos y ha dejado su propia marca en cada una de estas direcciones. El «análisis» hoy está modelado por Bourgain y comprende ahora todas las direcciones en las que él ha trabajado. (Traducido de [7] con permiso del autor.)

2.2. Alberto Grünbaum [4] (con la colaboración de Luis Velázquez)

Desde hace varios años he estado colaborando con Luis Velázquez (Zaragoza) en el estudio de ciertas propiedades de los paseos cuánticos (*quantum walks*). Luis ha sido el líder de un esfuerzo que arrancó con la aplicación a paseos cuánticos de una herramienta matemática nacida y desarrollada en Zaragoza: las matrices CMV, introducidas por M. J. Cantero, L. Moral y el mismo Luis Velázquez. Este tema, a su vez, tiene su origen en un área muy conectada a Zaragoza: la teoría de polinomios ortogonales en la circunferencia. El estudio de los paseos cuánticos es un terreno natural para la interacción de muchas áreas de la matemática y la física. En la primera uno encuentra, entre otros temas, análisis funcional, variable compleja, análisis armónico. . . , lo que hizo natural despertar el interés de Jean Bourgain en nuestra colaboración.

Uno de los resultados más sorprendentes fue la observación de que el «tiempo esperado de retorno» debe ser un entero positivo. Leyendo un trabajo de Brézis y Nirenberg yo noté algo semejante en un problema aparentemente muy distinto, y siguiendo esa pista encontré un trabajo de Jean Bourgain. Jean estaba de visita en Berkeley en ese momento y le comenté esta «coincidencia». De ahí en adelante, y exclusivamente por email, Luis Velázquez y Jean Bourgain (con alguna contribución de parte de Jon Wilkening y mía) consiguieron estudiar este problema en el caso donde uno considera el retorno a un subespacio, obteniendo nuevos resultados de carácter analítico y topológico.

Trabajar con Jean Bourgain fue una experiencia distinta. Típicamente, él venía a la universidad no antes de las siete de la noche, cuando yo ya había partido habiéndole dejado algo «debajo de la puerta» en su despacho. A la mañana siguiente casi siempre yo encontraba «debajo de mi puerta» unas páginas con su contribución nueva.

Cuesta creer que nos hemos quedado sin la posibilidad de interesarlo nuevamente en un área que el consideraba «lejana» a sus intereses más tradicionales. Más de una vez me dijo que esperaba que la National Science Foundation estuviera satisfecha con su incursión en temas «concretos». Trabajar con Jean fue una experiencia muy especial y su muerte será sentida por toda una legión de colaboradores.

Cuando le pedí a Luis Velázquez que agregase algo acerca de su interacción con Jean, recibí estas líneas:

> Entre otros, dos aspectos de Jean me causaron gran impresión cuando tuve la suerte de trabajar con él. El primero, su versatilidad a la hora de lidiar con problemas lejanos a sus intereses habituales, aprehendiendo fácilmente la relevancia de sus distintos aspectos y sutilezas, así como diseccionando limpiamente los ingredientes matemáticos escondidos. Su papel determinante en nuestra contribución conjunta sobre paseos cuánticos es una clara muestra de ello.
>
> En segundo lugar, su tremenda capacidad y rapidez de análisis, vivamente ilustradas por una anécdota que yo viví de cerca. Me refiero al momento en que os envié a los tres, Jean, Jon y tú, un mensaje expresando el convencimiento de que, al contrario que en el caso clásico, la probabilidad de retorno podía aumentar al disminuir el *target*. En particular, la probabilidad de retorno a un subespacio podía ser menor que a uno de sus estados. Intenté durante varios días encontrar una prueba de un teorema contrario, afirmando que la probabilidad de retorno a un subespacio debía ser monótona respecto de la dimensión, y más tarde, en vista del poco éxito, busqué algún contraejemplo, de nuevo sin éxito.
>
> Cuando Jean recibió mi mensaje, aprovechó un vuelo para escribir algo al respecto, y al aterrizar envió unas notas manuscritas, que te adjunto. Al recibirlas me sorprendió la rapidez de su respuesta, cuando yo llevaba días sin resultado alguno, pero me decepcionó ver que las notas probaban un resultado enunciado al final de ellas. A esas alturas yo estaba tan convencido de la falsedad del teorema que esperaba un contraejemplo en lugar de una prueba. Cuando leí con más atención sus notas me di cuenta de que no probaban el teorema en el que yo ya no creía, sino que concluían con un resultado general que indicaba cómo generar multitud de contraejemplos: señalaba ciertas características espectrales que aseguraban el contraejemplo, lo que fue el punto de partida para los que aparecen en el artículo.

2.3. Carmelo Núñez [8]

Informado de la muerte del eminente matemático Jean Bourgain, con un mes de retraso, no puedo sino recordar, cuando yo era un joven estudiante de doctorado en la Universidad Complutense, allá por los años 80, la primera vez que me encontré con su nombre. En aquellos tiempos preparaba mi tesis doctoral bajo la dirección del profesor Fernando Bombal sobre ciertas propiedades que los espacios de Banach pueden poseer o no. Concretamente, en aquel momento me llamaba la atención la propiedad de Dunford-Pettis. Esta propiedad la suelen tener aquellos espacios que están muy lejos de ser reflexivos, como los espacios de funciones continuas, los espacios de funciones 1-integrables y pocos más (con los conocimientos de entonces). Existía el problema, ya desde la época de Alexander Grothendieck, allá por los años 50, de si los espacios de funciones de dos variables continuamente diferenciables, con su norma natural, poseían o no dicha propiedad. Pues bien, el profesor Jean Bourgain, por entonces no muy conocido fuera de la especialidad del análisis funcional (su primer amor, por así decirlo), resolvía afirmativamente en un artículo muy breve el problema, pero no solo para las funciones de n variables continuamente k-diferenciables (para cualesquiera k y n), sino también para otras familias de espacios de funciones, ampliando enormemente el mundo de los espacios de Banach con la propiedad de Dunford-Pettis.

Se me ocurren dos símiles. Uno, que esto era como descubrir varios océanos en una sola expedición. Otro, su compañero en el IAS de Princeton, Peter C. Sarnak, ha afirmado recientemente[1] que Jean Bourgain podía subir una gran montaña (matemática) de una sola vez. Pues bien, el ejemplo que cito prueba que podía no solo hacer eso, sino subir varias cordilleras simultáneamente.

2.4. Carlos Kenig [5]

Jean Bourgain falleció el 22 de diciembre de 2018, después de una larga y valiente lucha contra el cáncer. Bourgain fue un gigante en el campo de las matemáticas. Su visión, poder técnico y amplios logros fueron sobresalientes.

Bourgain tuvo en su haber tantos resultados sorprendentes que es difícil seleccionar sus contribuciones más importantes. Algunos de sus avances fueron la prueba de la invariabilidad de la medida de Gibbs para ciertos sistemas hamiltonianos de dimensión infinita, la prueba de la existencia global de las ecuaciones de Schrödinger no lineales críticas, la prueba de la conjetura del anillo de Erdős-Volkmann, el desarrollo con Kontorovich de aplicaciones sorprendentes del método del círculo para los llamados empaquetamientos de Apolonio y la conjetura de Zaremba, la prueba de la conjetura de desacoplamiento de L^2 con Demeter, y la prueba del teorema del valor medio de Vinogradov, con Demeter y Guth. Además de haber obtenido resultados centrales en muchos aspectos del análisis matemático, Bourgain también hizo grandes avances en computación teórica, teoría de grupos, teoría de números, geometría convexa y geometría de espacios de Banach.

La serenidad y el coraje de Jean Bourgain durante su larga enfermedad han sido profundamente apreciados. Su dedicación a las matemáticas se hizo evidente durante este tiempo terriblemente difícil, en el que continuó haciendo contribuciones fundamentales.

[1] `https://www.nytimes.com/2019/01/16/obituaries/jean-bourgain-dead.html`

Las contribuciones de Jean Bourgain a las matemáticas serán recordadas para siempre. Los que lo conocieron también recordarán su calidez, generosidad y amabilidad. (Traducido de [5] con permiso del autor.)

Referencias

[1] J. Bastero y L. Vega, Jean Bourgain, medalla Fields, *La Gaceta de la RSME* **2** (1999), 145–155.

[2] J. Bourgain, On the L^p-bounds for maximal functions associated to convex bodies in $\mathbf{R}^n$, *Israel J. Math.* **54** (1986), 257–265.

[3] L. Caffarelli, The work of Jean Bourgain, *Proceedings of the International Congress of Mathematicians (Zurich, 1994)*, 3–5, Birkhäuser, Basel, 1995.

[4] A. Grünbaum, Comunicación a los autores.

[5] C. Kenig, Jean Bourgain (1954–2018), *Email Newsletter from the International Mathematical Union*, `https://www.mathunion.org/imu-net/archive/2019/imu-net-93`.

[6] E. Klarreich, Jean Bourgain (1954–2018): Prolific unifier of mathematics, *Nature* **566** (2019), 183.

[7] V. Milman, In Memoriam J. Bourgain (1954–2018), *Geom. Funct. Anal.* **29** (2019), 2.

[8] C. Núñez, Comunicación a los autores.

[9] T. Tao, Jean Bourgain, `https://terrytao.wordpress.com/category/non-technical/obituary/`.

[10] *Analysis and Beyond: Celebrating Jean Bourgain's Work and Impact*, Institute for Advanced Study, 2016, vídeos de la conferencia en `https://www.ias.edu/ideas/2016/bourgain-analysis-and-beyond`.

J. Bastero, Dpto. de Matemáticas, Universidad de Zaragoza
Correo electrónico: `bastero@unizar.es`
Página web: `http://www.unizar.es/analisis_matematico/bastero/Bastero.htm`

L. Vega, BCAM y UPV/EHU
Correo electrónico: `luis.vega@ehu.eus`
Página web: `http://www.bcamath.org/en/people/lvega`