1.- Determinar los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función $f(x) = x^3 - 12x^2 + 45x - 34$. Razonar la existencia de extremos relativos y en su caso calcularlos.

2.- Dada la función $f(x, y) = x\, Ln\, y$.

a) Determinar, si existen, los puntos críticos de *f*.

b) Determinar, si existen, los extremos locales de *f*.

3.- Determinar si los puntos (0,0), (1,-1), $\left(\frac{1}{6}, \frac{1}{12}\right)$ son óptimos locales de la función $f(x, y) = x^3 + y^2 - x\,y$ en su dominio de definición.

4.- Dada $f(x, y) = x\,y^2$, estudiar si *f* puede alcanzar el valor máximo en los puntos (0, 2) y (2, 0).

5.- Dada $f(x, y) = x^2 - 8y$, estudiar la existencia de óptimos en su dominio.

6.- Determinar los óptimos locales de las siguientes funciones en su dominio de definición:

a) $f(x) = \dfrac{x^4}{x-1}$

b) $f(x, y) = 1 - \sqrt{x^2 + y^2}$

c) $f(x, y) = x^4 + y^4 + 4xy - 2x^2 - 2y^2$

d) $f(x, y) = x\,y^2$

e) $f(x, y) = x^2 - y^2$

f) $f(x) = \dfrac{e^{-2x}}{8}(-4x^3 + 2x^2 - 2x - 1)$

g) $f(x, y) = (x - y)^4$

h) $f(x, y) = x^2 + 3xy - y^2$

i) $f(x, y) = x^4 + 8x^2 + y^2 - 4y$

j) $f(x, y) = 2x^2 + 2xy + y^2 + 2x - 3$

k) $f(x, y) = xy$

l) $f(x, y) = \left(x - y + 1\right)^2$

ll) $f(x, y) = x^2 y - y^2$

m) $f(x) = \dfrac{lnx}{x}$

n) $f(x, y) = e^{-x^2 - y^2}$

ñ) $f(x, y) = x\,y\,e^{x+2y}$

o) $f(x, y) = x^3 - 3xy^2$

p) $f(x, y, z) = x^2 + y^2 - 2xy + 10 + e^{x+y}$

q) $f(x, y) = 3x^4 - 4x^2 y + y^2$

r) $f(x, y) = -x^2 - 5y^2 + 4y + 1$

s) $f(x) = \dfrac{e^{x-1}}{x}$

t) $f(x, y) = \left(x - y\right)^4 + \left(y - 1\right)^2$

u) $f(x,y)=\dfrac{1}{x^2+y^2}$ v) $f(x,y,z)=x^2+y^2+z^2-xy+x-2z$

w) $f(x,y)=x^2y^2$ x) $f(x,y,z)=3x^2+5y^2+5z^2+2yz+6xz-2xy$

y) $f(x,y,z)=x\,y\,z$ z) $f(x,y,z)=x^2+4y^2+4z^2+4xy+4xz+16yz$

7.- ¿Qué se ha de verificar para que la función $f(x)=(x-a)^4(x+b)$ alcance un mínimo en $x = a$?

8.- Hállense los valores de a y b para que la gráfica de la función $f(x)=ax^2+bx$ alcance un máximo en el punto (3,9).

9.- Dada la función $f(x)=e^{bx^2}$, $b\in\mathbb{R}$, hallar los extremos relativos de la función en su dominio de definición señalando si son máximos o mínimos según los valores del parámetro b.

10.- Calcular los óptimos locales de la función $f(x,y)=x^3+y^3-3axy$ según los valores del parámetro real a.

11.- Determinar, si existen, los óptimos locales de $f(x,y)=x^4+y^4-(x-y)^3$.

12.- Calcular, si existen, los óptimos locales de la función $f(x,y)=y\,e^x-e^y$ en su dominio de definición.

13.- Dada $f(x)=1-xe^x$. Se pide:

a) Calcular los extremos relativos de $f(x)$ en su dominio.

b) Calcular los extremos absolutos de $f(x)$ en [-1,1].

c) Calcular $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ y $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

d) Calcular los extremos absolutos de $f(x)$ en su dominio.

14.- Sea la función $f(x)=ln(1+x^2)$:

a) Determinar su dominio de definición.

b) Estudiar la existencia de óptimos locales de la función en su dominio de definición y en su caso calcularlos.

c) Estudiar la existencia de óptimos globales de la función en el intervalo [-1, 1] y en su caso calcularlos.

15.- Sea la función $f(x,y)=ax^2+by^2-4x+2y+c$. Hallar el valor de los parámetros reales a, b y c para que el valor mínimo de esta función sea 10 y se alcance en el punto (2,-1).

16.- Sea $f(x,y) = x^3 - y^2 + 3xy$.

a) Determinar los óptimos locales de f en su dominio de definición.

b) Analizar si es convexo el programa: Maximizar $f(x,y)$ en $D = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \,\middle|\, x < -1\right\}$.

17.- Dada la función $f(x,y) = 9x^2 + y^2 + 6xy + 1$:

a) Determinar, si existen, los extremos locales de $f(x,y)$.

b) Los extremos calculados en el apartado a), ¿son globales?. Razonar la respuesta.

18.- Dada la función $f(x,y) = xy + \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y}$:

a) Determinar, si existen, los óptimos locales de $f(x,y)$.

b) ¿Existen óptimos globales de $f(x,y)$?. Razonar la respuesta.

19.- Dada la función $f(x,y,z) = -x^2 - 5x - y^2 + 2yz + 6y - 4z^2 - 4z - 14$:

a) Determinar, si existen, los extremos locales de $f(x, y, z)$.

b) ¿Existe máximo global y mínimo global de $f(x, y, z)$?. Razonar la respuesta.

20.- Dada la función $f(x,y) = x^3 + y^3 - 3x - 12y + 20$

a) Estudiar la existencia de óptimos locales de $f(x, y)$ en su dominio de definición.

b) Analizar la existencia de óptimos globales de $f(x,y)$ en el conjunto $S = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \,\middle|\, x > 0,\ y > 0\right\}$.

21.- Sea $f(x,y) = x^4 + x^2 + y^2 + xy + x + 2y$.

a) Determinar los óptimos locales de f en su dominio de definición.

b) ¿Son globales los óptimos del apartado a)?

22.- Sabiendo que la oferta de un bien en función de su precio p es:

$$S(p) = \begin{cases} \dfrac{p^2}{20} & \text{si } \ 0 \le p < 10 \\ 2p - 15 & \text{si } \ 10 \le p \le 30 \end{cases}$$

a) Determine el dominio de la función de oferta.

b) ¿Cuál es la oferta si el precio es de 5 unidades monetarias?

c) A la vista de la representación gráfica de la función, ¿cuál es la máxima y la mínima oferta?. ¿Para qué precios se producen?

23.- El coste total de producir q unidades de un bien es $C(q) = q^2 - 3\sqrt{q+1} + 4$ y cada unidad se vende a 47'7 unidades monetarias. Compruebe que el beneficio máximo se obtiene para una producción de 24 unidades.

24.- Un librero puede obtener un cierto libro del editor a un coste de 3 euros. Si el precio de venta es de 15 euros, tiene una demanda de 200 libros y, por cada reducción de 0'5 euros en el precio de venta, la demanda aumentará en 10 libros. ¿A qué precio debe de vender los libros para elevar al máximo su beneficio?

25.- Dadas las funciones de ingreso y coste total de una empresa:

$$I(x) = -\frac{11}{4}x^2 + \frac{235}{108}x + 500 \qquad 2 \le x \le 5$$

$$C(x) = \frac{3}{4}x + 1 \qquad 2 \le x \le 5$$

siendo x la producción de la empresa en miles de unidades, determínese la producción para obtener el máximo beneficio.

26.- Un agricultor utiliza trabajo y fertilizantes como únicos factores para cultivar un campo, siendo x e y los costes de estos factores, respectivamente. Si el beneficio por unidad de superficie viene dado por la función $B(x,y) = 20x + 26y + 4xy - 4x^2 - 3y^2$, encontrar los valores de x e y que maximizan el beneficio.

27.- Una compañía fabrica un producto en dos factorías. El coste de producción de x unidades en la primera factoría es $c_1 = \frac{1}{5}x^2 + 40x + 5000$ y el coste de producción de y unidades en la segunda factoría es $c_2 = \frac{1}{4}y^2 + 20y + 1375$. Si el producto se vende a 150 euros la unidad, hallar la cantidad que debe producirse en cada factoría para maximizar el beneficio.

28.- Una empresa produce dos bienes con una función de coste $C(q_1,q_2) = \frac{3}{2}q_1^2 + 3q_1q_2 + 2q_2^2 + 34$. Sabiendo que puede vender estos bienes al mercado a unos precios $p_1 = 42$ y $p_2 = 51$, calcular los niveles de producción que proporcionan a la empresa el máximo beneficio.

29.- La función de coste total de un monopolista que produce dos bienes viene dada por $C(q_1,q_2) = \frac{1}{6}q_1^2 - 10q_2 + 90$, donde q_1 y q_2 representan las cantidades producidas de dichos bienes. Supongamos que las demandas a las que se enfrenta la empresa son $q_1 = 680 - 5p_1 - 3p_2$ y $q_2 = 430 - 3p_1 - 2p_2$ donde p_1 y p_2 son los precios de cada uno de los bienes. Calcular los niveles de producción que proporcionan al empresario el máximo beneficio.

30.- Determinar el nivel de producción de un bien q y el nivel de empleo de factores x_1, x_2 con los que una empresa maximiza sus beneficios siendo $q(x_1, x_2) = ln x_1 + ln x_2$ la función de producción, $C(x_1, x_2) = 3x_1 + 2x_2 + 5$ la función de costes y p = 15 el precio unitario de venta del producto.