

Aplicaciones al crecimiento

Teoría sobre curvas sigmoideas y una aplicación sobre la economía americana

Profesor: Julio Sánchez Chóliz



“S-shaped” curves in economic growth. A theoretical contribution and an application

Gloria Jarne; Julio Sanchez-Choliz; Francisco Fatas-Villafranca

Evolutionary and Institutional Economics Review, 3, 2, 239-259 (2007)

Abstract

Logistic and Gompertz equations have regularly been used in economics to represent S-shaped phenomena, we argue in this paper that they **show certain shortcomings** in fitting some empirical features of economic growth.

In this paper, we try to overcome these limitations by **defining three families of differential equations** that may provide acceptable fits for any S-shaped curve.

We fit a *generalized logistic equation* **to certain series of the US economy**, in order to analyse the growth patterns during the period 1967-2003.

Our results highlight that the **period of decelerating growth in the 1970s, the recovery of the 1980s and the long expansion of the 1990s are clearly distinguishable**, although the patterns of growth differ widely between sectors.

Finally, it may be of interest to note that **our adjustments point to the exhaustion of growth in 2002**, although the available information does not allow us to hazard a guess as to whether this will be temporary or permanent

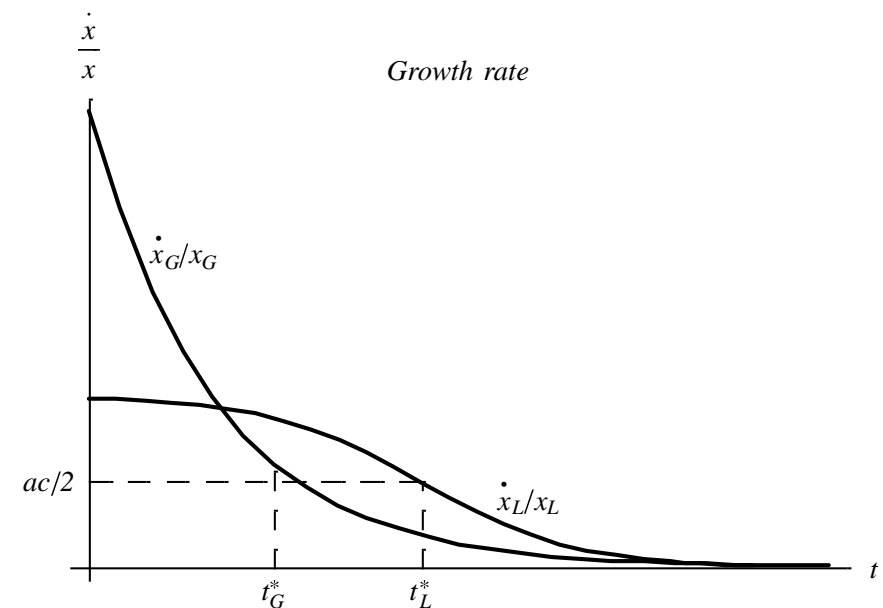
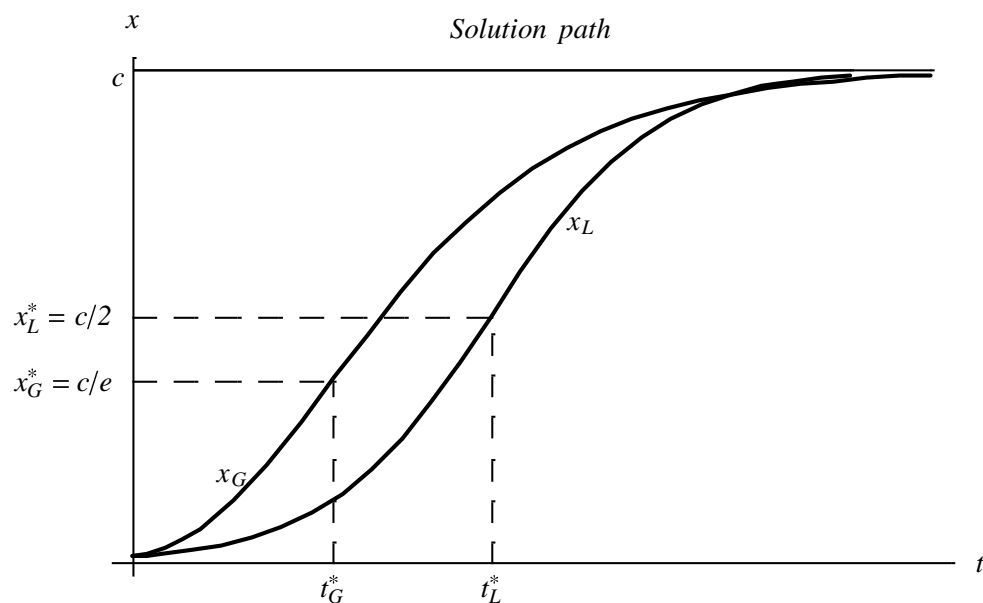
Las dinámicas **sigmoideas** o funciones unimodales en $[f, c]$, se modelan con una EDO $\dot{x} = g(x)$, que verifica:

- 1) $g(x)$ is C^0 over $[f, c]$ and C^1 over (f, c) , $0 \leq f < c$
- 2) $g(f) = g(c) = 0$
- 3) $g(x) > 0$ if $x \in (f, c)$
- 4) **$g'(x) > 0$ if $x \in (f, x^*)$ and $g'(x) < 0$ if $x \in (x^*, c)$** , with $x^* \in (f, c)$.

Tienen claramente evolución sigmoidea y permiten hablar de **dos fases: expansión y desaceleración**, y el **punto de inflexión**

Dos casos clásicos: la **Logística**: $\dot{x} = a x (c - x)$, con $a > 0$ and $c > 0$; y la **Gompertz**: $\dot{x} = a x (\ln c - \ln x)$, con $a > 0$ and $c > 0$.

Que tienen problemas (ver figuras): a) ambas tienen “expansión y desaceleración”, pero **sus tasas de crecimiento son constantemente decrecientes** cuando las tasas reales de crecimiento no lo son siempre; b) la **logística es simétrica** y el crecimiento no lo es; c) la Gompertz tiene **más corto el periodo de expansión** que el desaceleración y esto choca con la evidencia empírica



Proposición 1. Sea $g(x)$ es una función sobre $[f, c]$ que verifica 1) - 4). Si $g(x)$ es C^2 sobre (f, x^*) , con $g''(x) > 0$ si $x \in (f, x_1)$ y $g''(x) < 0$ si $x \in (x_1, x^*)$, siendo $f \leq x_1 < x^*$, entonces:

- 1) Si $x_1 > f = 0$, o si $f > 0$, $\gamma(t) = \frac{\dot{x}(t)}{x(t)}$ crece hasta $\hat{t} < t^*$ [$x^* = x(t^*)$], y decrece en $t > \hat{t}$. Por tanto, \hat{t} es el turning point de $\gamma(t)$.
- 2) If $x_1 = f = 0$, $\gamma(t)$ es siempre decreciente.

Luego nuestras curvas sigmoideas deben de verificar: $x_1 > f = 0$, o si $f > 0$, si queremos que sean aplicables al crecimiento real.

Tres familias de curvas sigmoideas admisibles, con cinco parametros (suelo, techo, pesos de cada uno y aceleración general)

Ecuaciones logísticas generalizadas: $\dot{x} = a(x-f)^b(c-x)^d$, con $a, b, d > 0$, y $c > f \geq 0$

Ecuaciones Gompertz generalizadas: $\dot{x} = a(x-f)^b \left(\ln \frac{c-f}{x-f} \right)^d$ si $x > f$, $\dot{x} = 0$ si $x = f$, con $a, b, d > 0$, y $c > f \geq 0$

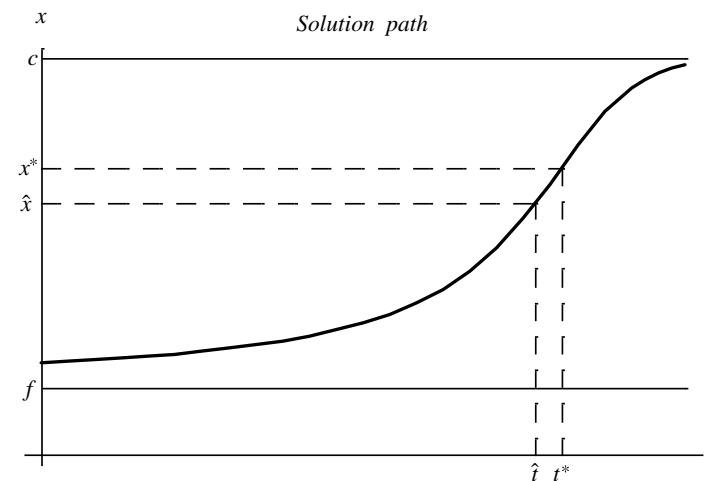
Ecuaciones exponenciales generalizadas: $\dot{x} = a(x-f)^b(e^c - e^x)^d$, con $a, b, d > 0$, y $c > f \geq 0$

La logística y Gompertz son clásicas si $b = d = 1$ y $f = 0$

Cada término mide la influencia del suelo (efecto de aceleración) o del techo (efecto retardo de desaceleración).

Los parametros b and d introducen asimetría. En la logística generalizada, es sesgada a la derecha si $\frac{b}{d} > 1$, y hacia la

izquierda si $\frac{b}{d} < 1$. Ver figura con $b/d=2$



Los ajustes con las tres familias son muy similares en muchos casos, la clave es la existencia de cinco parametros

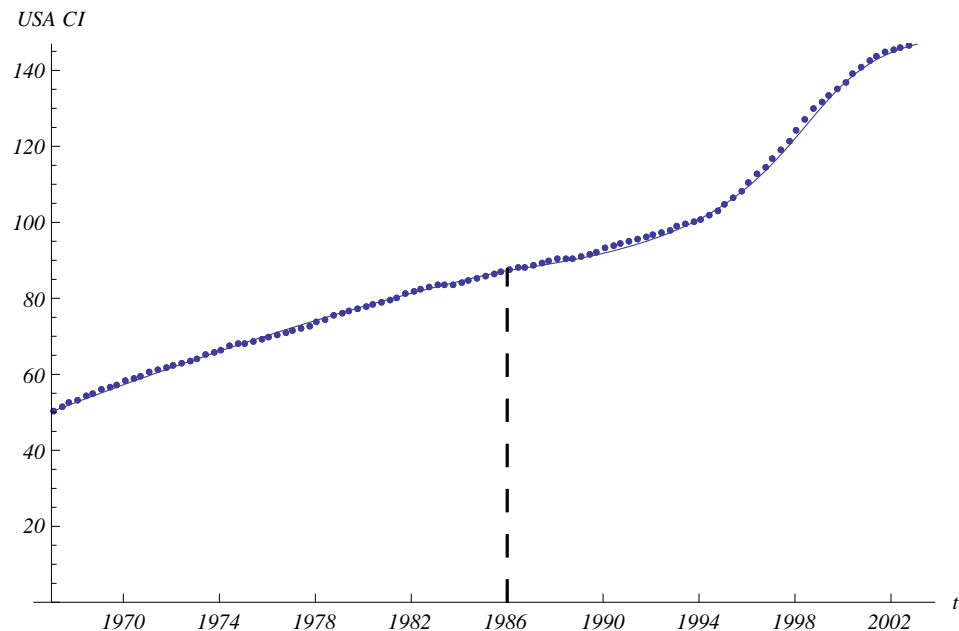
Hemos aplicado las anteriores tipos de sigmoideas a **USA Capacity Index (USA CI)** monthly series for **Total Industry, Durable Goods, Manufacturing, Computers & Communication Equipment & Semiconductors** and **Primary Processing**

Hemos elegido el **Industrial Capacity Index** porque creemos que es un buen indicador del cambio técnico y **de la innovación desde el punto de vista empresarial**

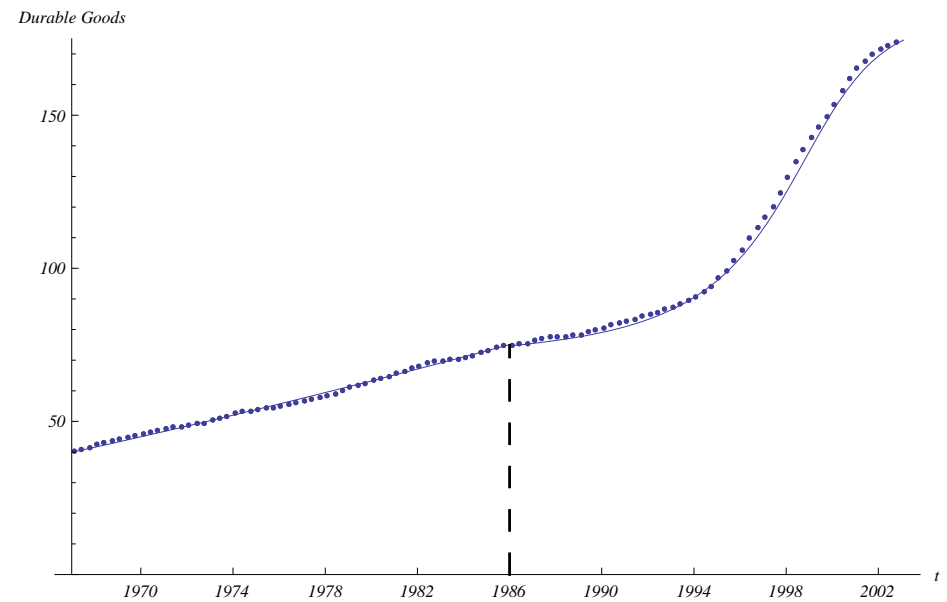
El periodo estudiado es de Febrero de 1967 a Enero de 2003

Se hicieron ajustes econométricos no lineales, siendo los estimadores obtenidos buenos y consistentes

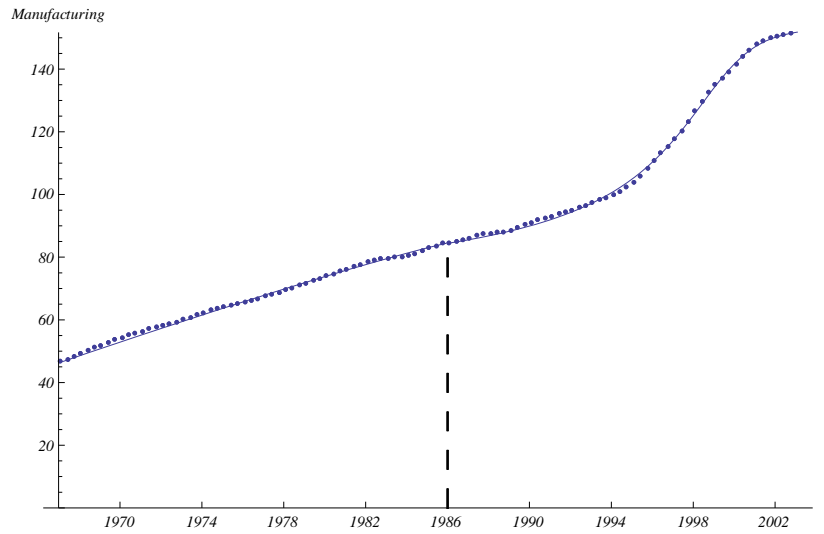
Total de la economía USA de 1967 a 2003



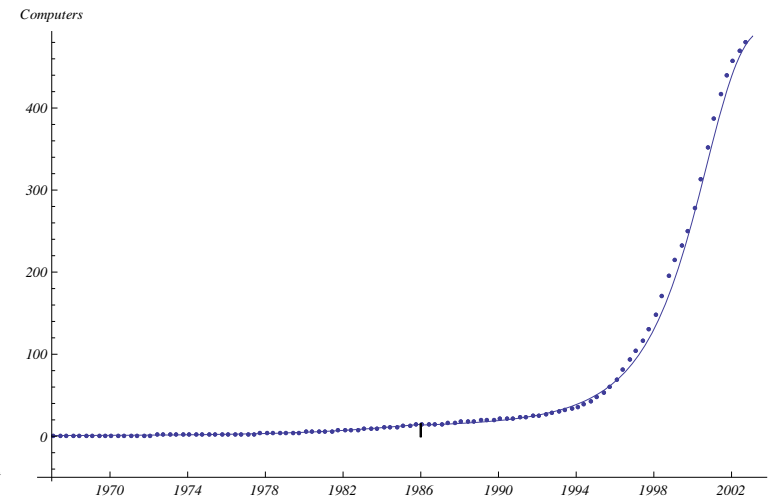
Bienes durables de la economía USA de 1967 a 2003



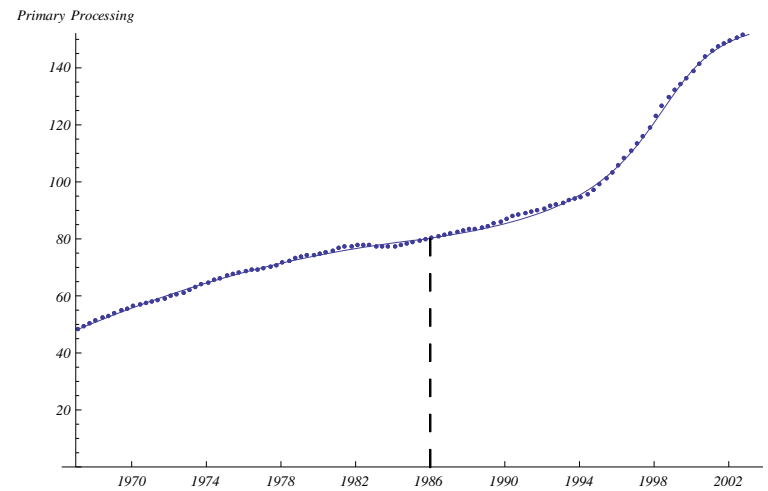
Manufacturas de la economía USA de 1967 a 2003



Ordenadores, de la economía USA de 1967 a 2003



Primera transformación y productos semi-transformados de la economía USA de 1967 a 2003



Resultados de los gráficos:

Hasta 1986 aproximadamente, el ritmo de crecimiento es lento, disparándose tras ese año de forma acelerada y mostrando signos de agotamiento hacia 2002.

Podemos conjeturar, por ello,

Los **sesenta y setenta corresponden a la fase contractiva** de la onda anterior

Una **nueva onda se inicia antes de 1980** (recordemos los sucesos de Mayo de 1968 y que la primera crisis del petróleo tuvo lugar en 1973)

Tras unos años de lento crecimiento, la **fase acelerada de crecimiento comienza en 1986** aproximadamente.

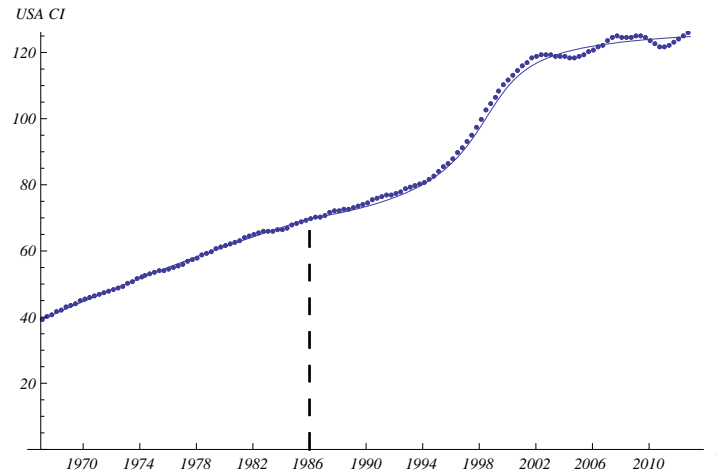
A partir de 2002 hay síntomas de agotamiento, que podrían indicar que ya se había entrado en las fases decrecientes, no obstante en aquellos momentos era muy difícil adivinar su exacto carácter.

Esto nos llevó a decir al final del artículo:

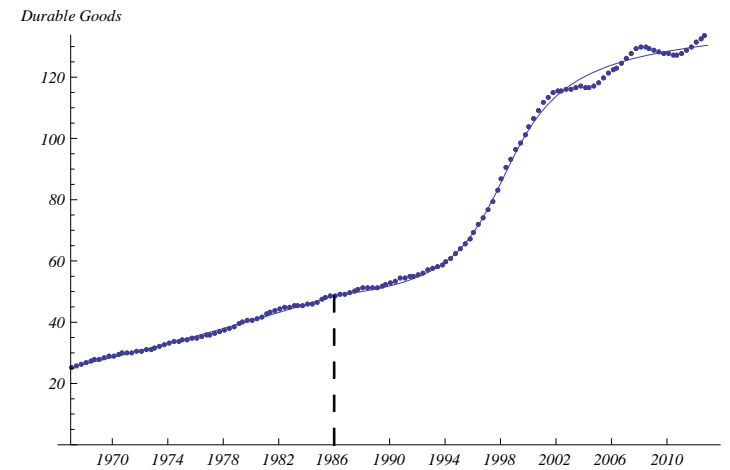
“our adjustments point to the exhaustion of growth in 2002, although the available information does not allow us to hazard a guess as to whether this will be temporary or permanent” (página 258)

Veamos que se confirma para la extensión de las series hasta 2013

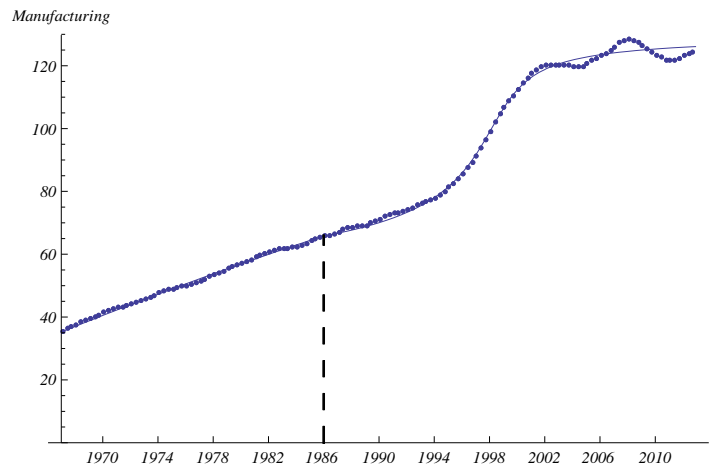
Total de la economía USA de 1967 a 2013



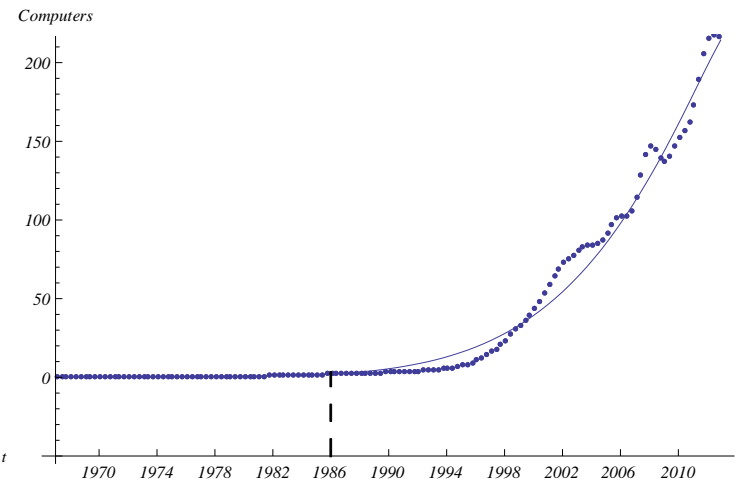
Bienes durables de la economía USA de 1967 a 2013



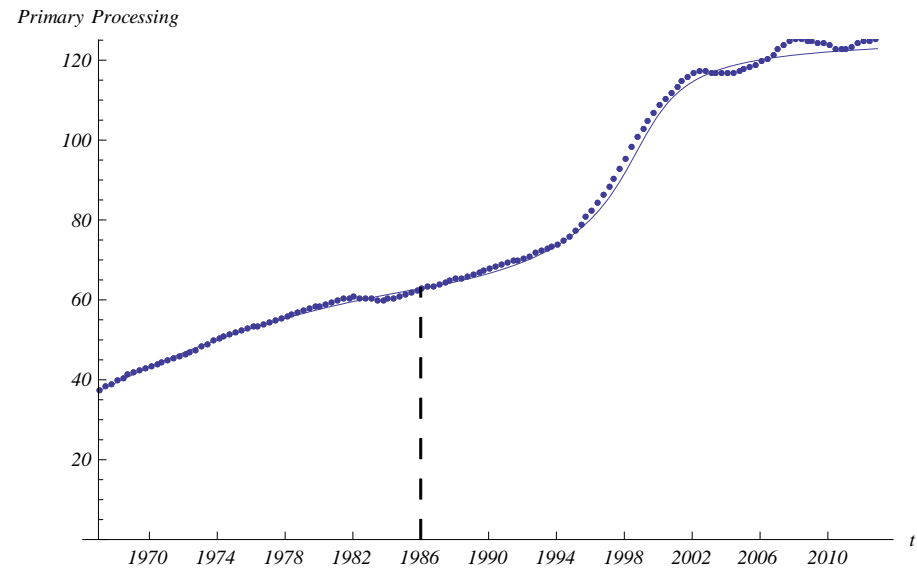
Manufacturas de la economía USA de 1967 a 2013



Ordenadores, de la economía USA de 1967 a 2013



Primera transformación y productos semi-transformados de la economía USA de 1967 a 2013



¿Existen ondas económicas?

- Todo lo anterior confirma la **existencia de una onda larga, de unos 40 años** y que tiene puede extenderse varios más. Debemos esperar por ello un **bajo crecimiento en el próximo quinquenio.**
- La nueva onda tendrá un paradigma tecnológico diferente, frente al:
 - Uso masivo del plástico como material
 - Generalización de los viajes (avión y coche),
 - Televisión y media
 - Ordenadores y telefonía
 - Generalización antibióticos y cirugía
 - Y uso del petróleo para energía e input químico

La próxima onda podría basarse en

- Nanotecnología y ciencia de los materiales (superconductores, grafeno, materiales topológicos,...)
- Bioingeniería
- Inteligencia artificial
- Controles a distancia, coches dirigidos, drones,....
- Genética y ciencias médicas
- Energías renovables

Y muchos de estos campos estarán relacionados con el sector de Ordenadores y semiconductores

