Contrastes de Raíz unitaria

Curso de doctorado: Series Temporales

Antonio Montañés Bernal

Universidad de Zaragoza

Abril 2008

En el caso más sencillo, el estadístico de Dickey-Fuller se obtiene a partir de la estimación del modelo:

$$y_t = \rho\, y_{t-1} + u_t \tag{1}$$

Asumimos que u es un ruido blanco.
La hipótesis nula de interés es H$_o$:$\rho = 1$
Podemos utilizar dos tipos de estadísticos:

- El pseudo t-ratio $\tau = \frac{\hat{\rho}-1}{\hat{\sigma}_{\hat{\rho}}}$
- El estimador normalizado: $T\left(\hat{\rho}-1\right)$

Ninguno de ellos converge hacia una distriución estándar

El estadístico anterior converge hacia:

$$\tau = \frac{\hat{\rho}-1}{\hat{\sigma}_{\hat{\rho}}} \Rightarrow \frac{\int_0^1 W(r)\ dW(r)}{\sqrt{\int_0^1 W(r)^2\ dr}} = \frac{\frac{1}{2}\ \left[W(1)^2-1\right]}{\sqrt{\int_0^1 W(r)^2\ dr}} \tag{2}$$

donde W(r) es un proceso de Wiener.
Qué es esto?

Un proceso de Wiener es un proceso estocástico que se ha empleado en Física para describir el movimiento de una particula que se ve sometida a un número determinado de shocks moleculares. Tambien se conoce como Brownian Motion.
Si denotamos por W a una variable y Δt es un intervalo de tiempo, entonces W sigue un p. de Wiener si:

1. $\Delta W = \varepsilon\sqrt{\Delta t}$, donde $\varepsilon \sim niid(0,1)$.

Por tanto,

- $E(\Delta W) = 0$
- $Var(\Delta W) = \Delta t$
- Los valores de ΔW de cualquier pareja de periodos de tiempo son independientes
- $W(T) - W(0) = \sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i \sqrt{\Delta t}$, siendo $T = n\Delta t$

- ¿ Es la única especificación para determinar la presencia de una raíz unitaria ?

- ¿ Es la única especificación para determinar la presencia de una raíz unitaria ?
- $$y_t = \mu + \rho\, y_{t-1} + u_t$$

- ¿ Es la única especificación para determinar la presencia de una raíz unitaria ?
- $$y_t = \mu + \rho\, y_{t-1} + u_t$$
- Modelo bajo la hipótesis nula: $y_t = y_{t-1} + u_t$

- ¿ Es la única especificación para determinar la presencia de una raíz unitaria ?
- $$y_t = \mu + \rho\, y_{t-1} + u_t$$
- Modelo bajo la hipótesis nula: $y_t = y_{t-1} + u_t$
- Modelo bajo la hipótesis alternativa: $y_t = \mu + v_t$, v_t es un ARMA invertible y estacionario.

- ¿ Es la única especificación para determinar la presencia de una raíz unitaria ?
- $$y_t = \mu + \rho\, y_{t-1} + u_t$$
- Modelo bajo la hipótesis nula: $y_t = y_{t-1} + u_t$
- Modelo bajo la hipótesis alternativa: $y_t = \mu + v_t$, v_t es un ARMA invertible y estacionario.
- Podemos contrastar la hipótesis nula H_o; $\rho = 1$, $\tau_\mu = \frac{\hat{\rho}-1}{\hat{\sigma}_{\hat{\rho}}}$

- ¿ Es la única especificación para determinar la presencia de una raíz unitaria ?
- $$y_t = \mu + \rho\, y_{t-1} + u_t$$
- Modelo bajo la hipótesis nula: $y_t = y_{t-1} + u_t$
- Modelo bajo la hipótesis alternativa: $y_t = \mu + v_t$, v_t es un ARMA invertible y estacionario.
- Podemos contrastar la hipótesis nula H_o; $\rho = 1$, $\tau_\mu = \frac{\hat{\rho}-1}{\hat{\sigma}_{\hat{\rho}}}$
- $$\tau_\mu \Rightarrow \frac{\int_0^1 W^*(r)\, dW^*(r)}{\sqrt{\int_0^1 W^*(r)^2\, dr}}$$

  donde W^* representa la proyección de un proceso de Wiener sobre el espacio $\{1\}$

- ¿ Es la única especificación para determinar la presencia de una raíz unitaria ?

- ¿ Es la única especificación para determinar la presencia de una raíz unitaria ?
- $$y_t = \mu + \rho\, y_{t-1} + \beta\ t + u_t$$

- ¿ Es la única especificación para determinar la presencia de una raíz unitaria ?
- $$y_t = \mu + \rho\, y_{t-1} + \beta\ t + u_t$$
- Modelo bajo la hipótesis nula: $y_t = \mu + \ y_{t-1} + u_t$

- ¿ Es la única especificación para determinar la presencia de una raíz unitaria ?
- $$y_t = \mu + \rho\, y_{t-1} + \beta\ t + u_t$$
- Modelo bajo la hipótesis nula: $y_t = \mu + \ y_{t-1} + u_t$
- Modelo bajo la hipótesis alternativa:
  $y_t = \mu + \beta\ t + v_t, \quad v_t$ es un ARMA invertible y estacionario.

- ¿ Es la única especificación para determinar la presencia de una raíz unitaria ?
- $$y_t = \mu + \rho\, y_{t-1} + \beta\; t + u_t$$
- Modelo bajo la hipótesis nula: $y_t = \mu + \; y_{t-1} + u_t$
- Modelo bajo la hipótesis alternativa:
  $y_t = \mu + \beta\; t + v_t\,,\quad v_t$ es un ARMA invertible y estacionario.
- Podemos contrastar la hipótesis nula H$_o$: $\rho\; = 1,\qquad \tau_\tau = \frac{\hat{\rho}-1}{\hat{\sigma}_{\hat{\rho}}}$

- ¿ Es la única especificación para determinar la presencia de una raíz unitaria ?
- $$y_t = \mu + \rho\, y_{t-1} + \beta\ t + u_t$$
- Modelo bajo la hipótesis nula: $y_t = \mu + y_{t-1} + u_t$
- Modelo bajo la hipótesis alternativa: $y_t = \mu + \beta\ t + v_t$, v_t es un ARMA invertible y estacionario.
- Podemos contrastar la hipótesis nula H_o: $\rho = 1$, $\tau_\tau = \frac{\hat{\rho}-1}{\hat{\sigma}_{\hat{\rho}}}$
- $$\tau_\tau \Rightarrow \frac{\int_0^1 \tilde{W}(r)\ d\tilde{W}(r)}{\sqrt{\int_0^1 \tilde{W}(r)^2\ dr}}$$

  donde $\tilde{W}$ representa la proyección de un proceso de Wiener sobre el espacio {1,t}

1. ¿Cómo podemos elegir entre las tres especificaciones ?
   $y_t = \mu + \rho\, y_{t-1} + \beta\ t + u_t$
   $y_t = \mu + \rho\, y_{t-1} + u_t$
   $y_t = \rho\, y_{t-1} + u_t$

- Existe pseudo t y F-ratios para contrastar la significatividad de los parámetros de los elementos deterministas.

1. ¿Cómo podemos elegir entre las tres especificaciones ?
   $y_t = \mu + \rho\, y_{t-1} + \beta\ t + u_t$
   $y_t = \mu + \rho\, y_{t-1} + u_t$
   $y_t = \rho\, y_{t-1} + u_t$

- Existe pseudo t y F-ratios para contrastar la significatividad de los parámetros de los elementos deterministas.
- ¿Qué dice la teoría económica sobre esa variable?

1. ¿Cómo podemos elegir entre las tres especificaciones ?
   $y_t = \mu + \rho\, y_{t-1} + \beta\ t + u_t$
   $y_t = \mu + \rho\, y_{t-1} + u_t$
   $y_t = \rho\, y_{t-1} + u_t$

- Existe pseudo t y F-ratios para contrastar la significatividad de los parámetros de los elementos deterministas.
- ¿Qué dice la teoría económica sobre esa variable?
- Ejemplo: PIB, tipo de cambio real, tipo de interés....

Qué pasa si la variable no sigue sigue un AR(1), sino otro de orden superior

- El pseudo t-ratio no converge hacia la distribución que hemos calculado
- El estimador normalizado hay que redefinirlo
- En síntesis, debemos adaptar los estadísticos a la nueva situación. ¿Cómo?

- Supongamos que la variable y_t sigue un proceso, por ejemplo, autorregresivo de orden 2.

$$
\begin{aligned}
y_t &= \phi_1 \, y_{t-1} + \phi_2 \, y_{t-2} + u_t \\
&= \phi_1 \, y_{t-1} + \phi_2 \, y_{t-2} + \phi_2 \Delta y_{t-1} - \phi_2 \Delta y_{t-1} + u_t \\
&= (\phi_1 + \phi_2) \; y_{t-1} + (-\phi_2) \, \Delta y_{t-1} + u_t \;\; \Rightarrow \\
y_t &= \rho \, y_{t-1} + \; \varphi_1 \, \Delta y_{t-1} + u_t
\end{aligned}
$$

- Sólo debemos añadir un término $(\varphi_1 \, \Delta y_{t-1})$ a la especificación inicial.
- Si el proceso es AR(p), entonces tenemos que estimar el modelo:

$$y_t = \rho \, y_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \varphi_i \, \Delta y_{t-i} + u_t$$

- el pseudo t-ratio converge a la misma distribución

- ¿Si la perturbación tiene parte MA, entonces qué hacemos?

- ¿Si la perturbación tiene parte MA, entonces qué hacemos?
- Como un MA(q) invertible tiene representación AR(∞), entonces podemos estimar

$$y_t = \rho\, y_{t-1} + \sum_{i=1}^{\ell} \varphi_i\, \Delta y_{t-i} + u_t$$

- ¿Si la perturbación tiene parte MA, entonces qué hacemos?
- Como un MA(q) invertible tiene representación AR(∞), entonces podemos estimar

$$y_t = \rho\, y_{t-1} + \sum_{i=1}^{\ell} \varphi_i\, \Delta y_{t-i} + u_t$$

- La cuestión ahora es seleccionar un valor del parámetro ℓ razonable.

- ¿Si la perturbación tiene parte MA, entonces qué hacemos?
- Como un MA(q) invertible tiene representación AR(∞), entonces podemos estimar

$$y_t = \rho\, y_{t-1} + \sum_{i=1}^{\ell} \varphi_i\, \Delta y_{t-i} + u_t$$

- La cuestión ahora es seleccionar un valor del parámetro ℓ razonable.
- ¿Qué métodos podemos emplear para ello?

Sabed señora que ademas de una hora,
las siete y media es un juego
Un juego vil, vive Dios
que si juegas mil veces, mil
la mil ves febril que te pasas o no llegas.
Y el no llegar da dolor,
porque implica que mal tasas
y eres del otro deudor.
Mas ay de ti si te pasas,
Si te pasas es peor...

(La venganza de D. Mendo, P. Muñoz Seca)

- Said y Dickey proponen usar $\ell = \sqrt[3]{T}$

- Said y Dickey proponen usar $\ell = \sqrt[3]{T}$
- Schwert sugiere $\ell = Int\left[c\left(\frac{T}{100}\right)^{\frac{1}{d}}\right]$ donde $c = 12$ y $d = 4$.

- Said y Dickey proponen usar $\ell = \sqrt[3]{T}$
- Schwert sugiere $\ell = Int\left[c\left(\frac{T}{100}\right)^{\frac{1}{d}}\right]$ donde $c = 12$ y $d = 4$.
- Akaike, $\quad \text{AIC} = \ln(\tilde{\sigma}^2) + \frac{2k}{T}$

- Said y Dickey proponen usar $\ell = \sqrt[3]{T}$
- Schwert sugiere $\ell = Int\left[c\left(\frac{T}{100}\right)^{\frac{1}{d}}\right]$ donde $c = 12$ y $d = 4$.
- Akaike, $\quad \text{AIC} = \ln(\tilde{\sigma}^2) + \frac{2k}{T}$
- Schwarz, $\quad \text{SBIC} = \ln(\tilde{\sigma}^2) + \frac{k}{T}\ln T$

- Said y Dickey proponen usar $\ell = \sqrt[3]{T}$
- Schwert sugiere $\ell = Int\left[c\left(\frac{T}{100}\right)^{\frac{1}{d}}\right]$ donde $c = 12$ y $d = 4$.
- Akaike, $\quad \text{AIC} = \ln(\tilde{\sigma}^2) + \frac{2k}{T}$
- Schwarz, $\quad \text{SBIC} = \ln(\tilde{\sigma}^2) + \frac{k}{T}\ln T$
- Procedimiento k(t) (Campbell y Perron, 1991)

- Said y Dickey proponen usar $\ell = \sqrt[3]{T}$
- Schwert sugiere $\ell = Int\left[c\left(\frac{T}{100}\right)^{\frac{1}{d}}\right]$ donde $c = 12$ y $d = 4$.
- Akaike, $\mathrm{AIC} = \ln(\tilde{\sigma}^2) + \frac{2k}{T}$
- Schwarz, $\mathrm{SBIC} = \ln(\tilde{\sigma}^2) + \frac{k}{T}\ln T$
- Procedimiento k(t) (Campbell y Perron, 1991)

1. Considerar un valor ℓ_{max}

- Said y Dickey proponen usar $\ell = \sqrt[3]{T}$
- Schwert sugiere $\ell = Int\left[c\left(\frac{T}{100}\right)^{\frac{1}{d}}\right]$ donde $c = 12$ y $d = 4$.
- Akaike, $\quad \mathrm{AIC} = \ln(\tilde{\sigma}^2) + \frac{2k}{T}$
- Schwarz, $\quad \mathrm{SBIC} = \ln(\tilde{\sigma}^2) + \frac{k}{T}\ln T$
- Procedimiento k(t) (Campbell y Perron, 1991)

1. Considerar un valor ℓ_{max}
2. Estimar el modelo y comprobar la significatividad del último retardo

- Said y Dickey proponen usar $\ell = \sqrt[3]{T}$
- Schwert sugiere $\ell = Int\left[c\left(\frac{T}{100}\right)^{\frac{1}{d}}\right]$ donde $c = 12$ y $d = 4$.
- Akaike, $\quad \text{AIC} = \ln(\tilde{\sigma}^2) + \frac{2k}{T}$
- Schwarz, $\quad \text{SBIC} = \ln(\tilde{\sigma}^2) + \frac{k}{T}\ln T$
- Procedimiento k(t) (Campbell y Perron, 1991)

1. Considerar un valor ℓ_{max}
2. Estimar el modelo y comprobar la significatividad del último retardo
3. Si es individualmente significativo, deberíamos comenzar el proceso con un valor superior de ℓ_{max}

- Said y Dickey proponen usar $\ell = \sqrt[3]{T}$
- Schwert sugiere $\ell = Int\left[c\left(\frac{T}{100}\right)^{\frac{1}{d}}\right]$ donde $c = 12$ y $d = 4$.
- Akaike, $\quad AIC = \ln(\tilde{\sigma}^2) + \frac{2k}{T}$
- Schwarz, $\quad SBIC = \ln(\tilde{\sigma}^2) + \frac{k}{T}\ln T$
- Procedimiento k(t) (Campbell y Perron, 1991)

1. Considerar un valor ℓ_{max}
2. Estimar el modelo y comprobar la significatividad del último retardo
3. Si es individualmente significativo, deberíamos comenzar el proceso con un valor superior de ℓ_{max}
4. El proceso termina cuando hemos eliminado todos aquellos retardos no significativos

- Said y Dickey proponen usar $\ell = \sqrt[3]{T}$
- Schwert sugiere $\ell = Int\left[c\left(\frac{T}{100}\right)^{\frac{1}{d}}\right]$ donde $c = 12$ y $d = 4$.
- Akaike, $\text{AIC} = \ln(\tilde{\sigma}^2) + \frac{2k}{T}$
- Schwarz, $\text{SBIC} = \ln(\tilde{\sigma}^2) + \frac{k}{T}\ln T$
- Procedimiento k(t) (Campbell y Perron, 1991)

1. Considerar un valor $\ell_{\max}$
2. Estimar el modelo y comprobar la significatividad del último retardo
3. Si es individualmente significativo, deberíamos comenzar el proceso con un valor superior de $\ell_{\max}$
4. El proceso termina cuando hemos eliminado todos aquellos retardos no significativos
5. Resulta aconsejable utilizar un nivel de significación algo permisivo (10%).

- Ng y Perron han propuesto versiones modificadas de los anteriores estadísticos MIC

- Ng y Perron han propuesto versiones modificadas de los anteriores estadísticos MIC
- Modified Akaike, $\text{MIC} = \ln(\tilde{\sigma}^2) + \frac{2}{T}(k + \omega)$

- Ng y Perron han propuesto versiones modificadas de los anteriores estadísticos MIC
- Modified Akaike, $\text{MIC} = \ln(\tilde{\sigma}^2) + \frac{2}{T}(k+\omega)$
- Modified Schwarz, $\text{MBIC} = \ln(\tilde{\sigma}^2) + \frac{\ln T}{T}(k+\omega)$

- Ng y Perron han propuesto versiones modificadas de los anteriores estadísticos MIC
- Modified Akaike, $\quad MIC = \ln(\tilde{\sigma}^2) + \frac{2}{T}(k+\omega)$
- Modified Schwarz, $\quad MBIC = \ln(\tilde{\sigma}^2) + \frac{\ln T}{T}(k+\omega)$
- donde ω se obiene a partir de la estimacion

  de $\triangle y_t = b_o \ y_{t-1} + \sum_{i=1}^{k} b_i \triangle y_{t-i} + e_t$

$$\omega = \hat{b}_o^2 \frac{\sum y_{t-i}^2}{\sigma_e^2}$$

- La anterior corrección es de tipo paramétrico.
- Corregimos los problemas de autocorrelación mediante la inclusión de una serie de retardos que capten la estructura temporal que sigue la perturbación.
- No es la única solución posible.
- Por ejemplo, podemos modificar el pseudo t-ratio de forma que el nuevo estadístico resultante converga hacia la distribución qye hemos calculado con anterioridad.
- Para ello necesitamos conocer la distribución del pseudo t-ratio en presencia de autocorrelación.
- Tambien es posible usar el estimador normalizado.

- Phillips (1986) demuestra que:

$$\tau \Rightarrow \frac{\sigma_u \int_0^1 W(r)\, dW(r)}{\sigma \sqrt{\int_0^1 W(r)^2\, dr}} = \frac{\frac{1}{2}\left[W(1)^2 - 1\right] + \lambda\, \sigma^{-2}}{\sqrt{\int_0^1 W(r)^2\, dr}} =$$

$$\frac{\frac{1}{2}\left[W(1)^2 - 1\right]}{\sqrt{\int_0^1 W(r)^2\, dr}} + \frac{\lambda\, \sigma^{-2}}{\sqrt{\int_0^1 W(r)^2\, dr}}$$

donde $\lambda = \frac{\sigma^2 - \sigma_u^2}{2}$, $\sigma_u^2 = \lim_{T \to \infty} T^{-1} \sum_{i=1}^{T} E\left(e_i^2\right)$ y

$$\sigma^2 = \lim_{T \to \infty} T^{-1} E\left[\left(\sum_{i=1}^{T} e_i\right)^2\right]$$

- Resulta entonces directo demostrar que el estadístico $\tau - \frac{\lambda \ \sigma^{-2}}{\sqrt{\int\limits_0^1 W(r)^2 \ dr}}$ converge hacia la distribución del Dickey.Fuller en el caso de no autocorrelación.
- Necesitamos sustituir los valores muestrales anteriores por valores muestrales que convergan hacia ellos.

Phillips-Perron (1988) proponen los siguientes estadísticos
a) Para el caso del modelo (M)

$$Z_t = \frac{s_u}{s}\tau - \frac{1}{2}\frac{s^2 - s_u^2}{s\sqrt{T^{-2}\sum_{i=1}^{T} y_{t-1}^2}}$$

b) para el caso del modelo (Mμ)

$$Z_t = \frac{s_u}{s}\tau - \frac{1}{2}\frac{s^2 - s_u^2}{s\sqrt{T^{-2}\sum_{i=1}^{T} \left(y_{t-1} - \bar{y}_{t-1}\right)^2}}$$

donde $\bar{y}_{t-1} = T^{-1}\sum_{i=1}^{T-1} y_t$

c) Para el caso del modelo (Mτ)

$$Z_t = \frac{s_u}{s}\,\tau - \frac{1}{2}\,\frac{T^3\left(s^2 - s_u^2\right)}{4\,s\,D_X\sqrt{3}}$$

donde $D_X = Det(X'X)$, con $X=\{1, t, y_{t-1}\}$.

El estadístico $s_u^2 = T^{-1}\sum_{i=1}^{T}\hat{u}_i^2$, siendo $\sum_{i=1 i}^{T}\hat{u}_i^2$ la suma residual de cada uno de los anteriores modelos.

Necesitamos un estimador consistente del parametro σ^2.
Existe gran literatura al respecto, por cuanto entronca con un parámetro de gran tradicción en, por ejemplo, análisis espectral.
Podemos pensar en un estimador de este tipo:

$$\hat{S}^2 = \hat{R}_v(0) + 2\sum_{j=1}^{T-1} w(j,m)\hat{R}_v(j),$$

o tambien

$$\hat{S}^2 = T^{-1}\sum_{i=1}^{T} \hat{e}_i^2 + 2\sum_{j=1}^{T-1} w(j,m) \sum_{i=j+1}^{T} \hat{e}_t \ \ \hat{e}_{t-j}$$

$w(j,m)$ es una función de ponderaciones, donde el parámetro m es normalmente denominado bandwidth.
Si la función anterior adopta la forma $w(j,m) = 0$ if $j > m$,donde actua como un parámetro de truncamiento.

Using the notation $x = j/m$, examples of weighting functions are:

1. Bartlett's triangular window:

$$\begin{aligned} w_{BT}(x) &= 1 - |x| && \text{if } |x| \leq 1 \\ &= 0 && \text{otherwise} \end{aligned}$$

2. Parzen's window:

$$\begin{aligned} w_{PR}(x) &= 1 - 6x^2 + 6|x|^3 && \text{if } 0 \leq |x| \leq 1/2 \\ &= 2(1 - |x|)^3 && \text{if } 1/2 \leq |x| \leq 1 \\ &= 0 && \text{otherwise} \end{aligned}$$

3. Quadratic Spectral window:

$$w_{QS}(x) = (\sin(\delta)/\delta - \delta)/(3\delta^2)$$

   where $\delta = 6\pi x/5$.

Note that, except for the Quadratic Spectral window, the autocovariances at lags greater than m receive zero weight.

Podemos usar métodos para determinar de forma automática el valor de m. Siguiendo a Andrews (1991)

1. Parzen: $\hat{m}_T = 2.6614(\hat{\alpha} T)^{1/5}$;
2. Tuckey-Hanning: $\hat{m}_T = 1.7462(\hat{\alpha} T)^{1/5}$;
3. Quadratic Spectral: $\hat{m}_T = 1.3221(\hat{\alpha} T)^{1/5}$.

donde $\hat{\alpha}$ puede calcular de la siguiente manera:

$$\hat{v}_{i,t} = \rho_i \hat{v}_{i,t-1} + e_{i,t}$$

$$\hat{\alpha} = \sum_{i=1}^{p} \frac{4\hat{\rho}_i^2 \hat{\sigma}_i^4}{(1-\hat{\rho}_i)^8} \Big/ \sum_{i=1}^{p} \frac{\hat{\sigma}_i^4}{(1-\hat{\rho}_i)^4}.$$

In general, $k = p$ but if one considers a linear model with a constant included as a regressor, Andrews suggests not to include the component of v_t associated with the constant. The argument is that the estimator is then scale invariant. So here $p = k - 1$.

Recientemente, Ng y Perron (2002) han propuesto un método alternativo para estimar la varianza de largo plazo:

1. Estimar el modelo: $\triangle y_t = b_o \ y_{t-1} + \sum_{i=1}^{k} b_i \triangle y_{t-i} + e_t$
2. Calcular el estadístico:

$$S_{AR}^2 = \frac{S_{e_k}^2}{\left[1 - \hat{b}(1)\right]^2}$$

donde, a partir de la estimación del modelo anterior, se obtienen $S_{e_k}^2 = T^{-1} \sum_{i=k+1}^{T} \hat{e}_{tk}$ y $\hat{b}(1) = \sum_{i=1}^{k} \hat{b}_i$

- Con todo este arsenal deberíamos poder determinar de forma correcta el orden de integración de una variable.
- Veamos unos sencillos ejemplos

1. Seguro ??????

- Con todo este arsenal deberíamos poder determinar de forma correcta el orden de integración de una variable.
- Veamos unos sencillos ejemplos

1. Seguro ??????
2. Problemas de potencia

- Con todo este arsenal deberíamos poder determinar de forma correcta el orden de integración de una variable.
- Veamos unos sencillos ejemplos

1. Seguro ??????
2. Problemas de potencia
3. Claras distorsiones en el tamaño

- Para incrementar la potencia del estadístico podemos estimar los elementos deterministas no por MCO sino MCG.
- El sesgo de la estimación se reduce notablemente y el estadístico puede aumentar su potencia:
- Ng y Perron proponen

1. Definir las siguientes variables
   $\bar{y} = [y_1, (1 - \bar{\alpha} L) y_2, ..., (1 - \bar{\alpha} L) y_T]$
   $\bar{z} = [z_1, (1 - \bar{\alpha} L) z_2, ..., (1 - \bar{\alpha} L) z_T]$
   donde $z_t = \{1, t\}$ y $\bar{\alpha} = 1 + \frac{\bar{c}}{T}$

- Para incrementar la potencia del estadístico podemos estimar los elementos deterministas no por MCO sino MCG.
- El sesgo de la estimación se reduce notablemente y el estadístico puede aumentar su potencia:
- Ng y Perron proponen

1. Definir las siguientes variables
   $\bar{y} = [y_1, (1 - \bar{\alpha}L)y_2, ..., (1 - \bar{\alpha}L)y_T]$
   $\bar{z} = [z_1, (1 - \bar{\alpha}L)z_2, ..., (1 - \bar{\alpha}L)z_T]$
   donde $z_t = \{1, t\}$ y $\bar{\alpha} = 1 + \frac{\bar{c}}{T}$
2. En un modelo con tendencia y término independiente $\bar{c} = -13.5$

- Para incrementar la potencia del estadístico podemos estimar los elementos deterministas no por MCO sino MCG.
- El sesgo de la estimación se reduce notablemente y el estadístico puede aumentar su potencia:
- Ng y Perron proponen

1. Definir las siguientes variables
   $\bar{y} = [y_1, (1 - \bar{\alpha} L) y_2, ..., (1 - \bar{\alpha} L) y_T]$
   $\bar{z} = [z_1, (1 - \bar{\alpha} L) z_2, ..., (1 - \bar{\alpha} L) z_T]$
   donde $z_t = \{1, t\}$ y $\bar{\alpha} = 1 + \frac{\bar{c}}{T}$
2. En un modelo con tendencia y término independiente $\bar{c} = -13.5$
3. Se define la variable "destendenciada" $y_t^d = y_t - \hat{\beta}_o - \hat{\beta}_1 t$

- Para incrementar la potencia del estadístico podemos estimar los elementos deterministas no por MCO sino MCG.
- El sesgo de la estimación se reduce notablemente y el estadístico puede aumentar su potencia:
- Ng y Perron proponen

1. Definir las siguientes variables
   $\bar{y} = [y_1, (1 - \bar{\alpha}L)y_2, ..., (1 - \bar{\alpha}L)y_T]$
   $\bar{z} = [z_1, (1 - \bar{\alpha}L)z_2, ..., (1 - \bar{\alpha}L)z_T]$
   donde $z_t = \{1, t\}$ y $\bar{\alpha} = 1 + \frac{\bar{c}}{T}$
2. En un modelo con tendencia y término independiente $\bar{c} = -13.5$
3. Se define la variable "destendenciada" $y_t^d = y_t - \hat{\beta}_o - \hat{\beta}_1 t$
4. Estimamos el modelo $\triangle y_t^d = \alpha_o \, y_t^d + \sum_{i=1}^{\ell} \alpha_i \triangle y_{t-i}^d$

- Para incrementar la potencia del estadístico podemos estimar los elementos deterministas no por MCO sino MCG.
- El sesgo de la estimación se reduce notablemente y el estadístico puede aumentar su potencia:
- Ng y Perron proponen

1. Definir las siguientes variables
   $\bar{y} = [y_1, (1 - \bar{\alpha}L)y_2, ..., (1 - \bar{\alpha}L)y_T]$
   $\bar{z} = [z_1, (1 - \bar{\alpha}L)z_2, ..., (1 - \bar{\alpha}L)z_T]$
   donde $z_t = \{1, t\}$ y $\bar{\alpha} = 1 + \frac{\bar{c}}{T}$
2. En un modelo con tendencia y término independiente $\bar{c} = -13.5$
3. Se define la variable "destendenciada" $y_t^d = y_t - \hat{\beta}_o - \hat{\beta}_1 t$
4. Estimamos el modelo $\triangle y_t^d = \alpha_o\ y_t^d + \sum_{i=1}^{\ell} \alpha_i \triangle y_{t-i}^d$
5. Contrastamos la hipótesis nula de interés $H_o : \alpha_o = 0$.

- Para incrementar la potencia del estadístico podemos estimar los elementos deterministas no por MCO sino MCG.
- El sesgo de la estimación se reduce notablemente y el estadístico puede aumentar su potencia:
- Ng y Perron proponen

1. Definir las siguientes variables
   $\bar{y} = [y_1, (1 - \bar{\alpha}L)y_2, ..., (1 - \bar{\alpha}L)y_T]$
   $\bar{z} = [z_1, (1 - \bar{\alpha}L)z_2, ..., (1 - \bar{\alpha}L)z_T]$
   donde $z_t = \{1, t\}$ y $\bar{\alpha} = 1 + \frac{\bar{c}}{T}$
2. En un modelo con tendencia y término independiente $\bar{c} = -13.5$
3. Se define la variable "destendenciada" $y_t^d = y_t - \hat{\beta}_o - \hat{\beta}_1 t$
4. Estimamos el modelo $\triangle y_t^d = \alpha_o \; y_t^d + \sum_{i=1}^{\ell} \alpha_i \; \triangle y_{t-i}^d$
5. Contrastamos la hipótesis nula de interés $H_o : \alpha_o = 0$.
6. La selección del parámetro ℓ es fundamental. Podemos usar MIC.

- El control del tamaño es muy importante
- Es frecuente en las variables macroeconómicas la presencia de un componente MA(1) con parámetro negativo.
- Esto supone que el tamaño tienda casi a la unidad.
- Ng y Perron proponen modificaciones sobre los estadísticos de Phillips-Perron que ayudan a controlar ese tamaño.

1. $\mathrm{MZ}_\rho = \mathrm{Z}_\rho + \frac{T}{2} (\rho - 1)^2$

- El control del tamaño es muy importante
- Es frecuente en las variables macroeconómicas la presencia de un componente MA(1) con parámetro negativo.
- Esto supone que el tamaño tienda casi a la unidad.
- Ng y Perron proponen modificaciones sobre los estadísticos de Phillips-Perron que ayudan a controlar ese tamaño.

1. $MZ_\rho = Z_\rho + \frac{T}{2} (\rho - 1)^2$
2. $MZ_t = MSB \times MZ_\rho$

   donde MSB es una modificación del estadístico de Sargan-Bhargava, tal que

   $$MSB = \sqrt{\frac{T^{-2} \sum y_{t-1}^2}{s^2}}$$

- El control del tamaño es muy importante
- Es frecuente en las variables macroeconómicas la presencia de un componente MA(1) con parámetro negativo.
- Esto supone que el tamaño tienda casi a la unidad.
- Ng y Perron proponen modificaciones sobre los estadísticos de Phillips-Perron que ayudan a controlar ese tamaño.

1. $MZ_\rho = Z_\rho + \frac{T}{2} (\rho - 1)^2$
2. $MZ_t = MSB \times MZ_\rho$

donde MSB es una modificación del estadístico de Sargan-Bhargava, tal que

$$MSB = \sqrt{\frac{T^{-2} \sum y_{t-1}^2}{s^2}}$$

- La combinación de estas modificaciones con la estimación MCG de los elementos deterministas nos conduce a estadísticos que controlan el tamaño y tienen potencia adecuada.

- En lugar de contrastar la hipótesis nula de raíz unitaria, podemos contrastar la opuesta: estacionariedad.
- ¿Qué implicaciones tiene desde el punto de vista teórico?
- Kwiatkosky, Phillips, Schmidt y Shin (1992) proponen un estadístico, conocido por KPSS.
  $y_t = \delta t + \xi_t + e_t$
  siendo e una perturbación estacionaria y donde $\xi_t = \xi_{t-1} + u_t$, con u$\sim$ $iid(0, \sigma_u^2)$.
- La hipótesis nula de estacionariedad supone que $\sigma_u^2 = 0$.
- Se puede contrastar a partir del estadístico:

$$\eta_\tau = \frac{T^{-2} \sum_{i=1}^{T} S_t^2}{s^2}$$

siendo $S_t = \sum_{i=1}^{t} e_i$

- Es un caso particular del estadístico de Nabeya y Tanaka (1988) para analiza cambio estructural

$$y_t = \gamma' z_t + \beta_t x_t + e_t$$

$$\beta_t = \beta_{t-1} + u_t$$

- Ahora seguro que ya no tenemos problemas para determinar correctamente el orden de integración de una variable.
- Veamos unos sencillos ejemplos

1. Seguro ??????

- Ahora seguro que ya no tenemos problemas para determinar correctamente el orden de integración de una variable.
- Veamos unos sencillos ejemplos

1. Seguro ??????
2. Cambios estructurales

3. Contrastes de raíz unitaria

- Ahora seguro que ya no tenemos problemas para determinar correctamente el orden de integración de una variable.
- Veamos unos sencillos ejemplos

1. Seguro ??????
2. Cambios estructurales
3. Outliers

- Ahora seguro que ya no tenemos problemas para determinar correctamente el orden de integración de una variable.
- Veamos unos sencillos ejemplos

1. Seguro ??????
2. Cambios estructurales
3. Outliers
4. Hay que mejorar la especificación, adaptándose a esta nueva situación.