Máster Universitario Investigación Economía

Facultad de Economía y Empresa

Universidad de Zaragoza

PARTE II
CAPÍTULO 4
ENFOQUE COOPERATIVO: FUNDAMENTOS

José Alberto Molina

Grupo de Investigación en Economía de la Población, Mercado de Trabajo y Economía Industrial

Universidad Zaragoza

Microeconomía

"Aproximación Familiar: Fundamentos"

Prof. José Alberto Molina

CONTENT

1. Optimalidad de Pareto
2. Externalidades y bienes públicos
3. La función de bienestar social

1.- OPTIMALIDAD DE PARETO

El criterio de Pareto se fundamenta en los siguientes juicios de valor:

1. Los individuos son los únicos jueces de su propio bienestar. Un individuo se encontrará mejor después de un cambio si prefiere la nueva situación anterior.

2. La asignación de recursos *A* es mejor que la asignación *B* si y sólo si, al menos, un individuo prefiere *A* a *B* y ninguno prefiere *B* a *A*. Es decir, *A* es preferida a *B* si un cambio de *B* a *A* mejora la situación de algún agente y no empeora la de ninguno.

Máster Universitario Investigación Economía

Facultad de Economía y Empresa

Universidad de Zaragoza

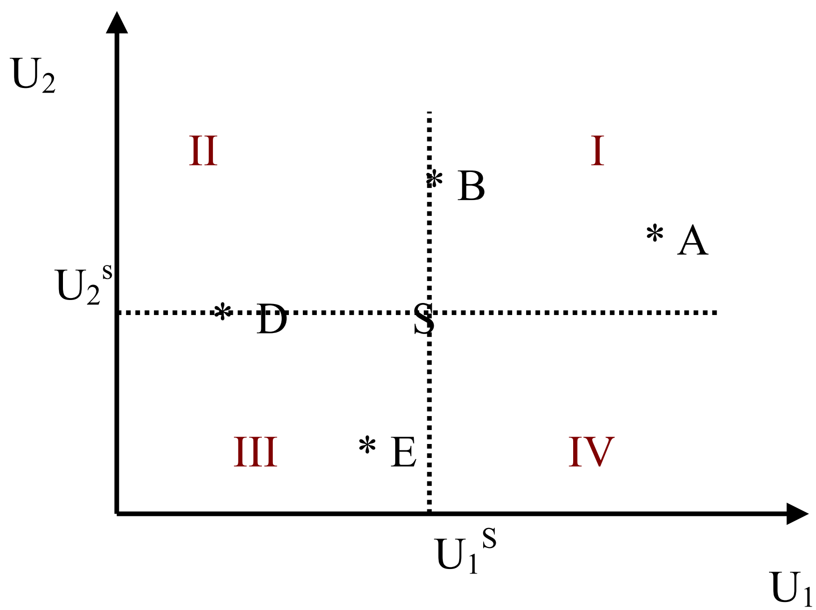
Microeconomía

"Aproximación Familiar: Fundamentos"

Prof. José Alberto Molina

El criterio de Pareto impide llevar a cabo comparaciones interpersonales de utilidad (si un cambio de la situación *A* a la *B* mejora la posición de alguien a la vez que empeora la de otro u otros sujetos, no podemos afirmar que *A* sea mejor que *B* y viceversa), lo cual tiene como consecuencia que algunas situaciones no sean comparables entre sí.

Una sociedad formada por dos individuos I_1 e I_2 :



La optimalidad paretiana se base en los siguientes elementos:

1. Las funciones de utilidad de los consumidores:

$$U_i = U_i(q_{i1}, q_{i2}) \quad i = 1,2$$

2. Las funciones de producción de las empresas:

$$q_j = q_j(x_{j1}, x_{j2}) \quad j = 1, 2$$

3. Las condiciones de factibilidad, es decir, los individuos no pueden consumir más de lo que se planea producir y las empresas no pueden utilizar más recursos de los que se planea suministrar:

$$Q_1: q_{11} + q_{21} = q_1$$
$$Q_2: q_{12} + q_{22} = q_2$$
$$X_1: x_{11} + x_{21} = x_1$$
$$X_2: x_{12} + x_{22} = x_2$$

Máster Universitario Investigación Economía

Facultad de Economía y Empresa

Universidad de Zaragoza

Microeconomía

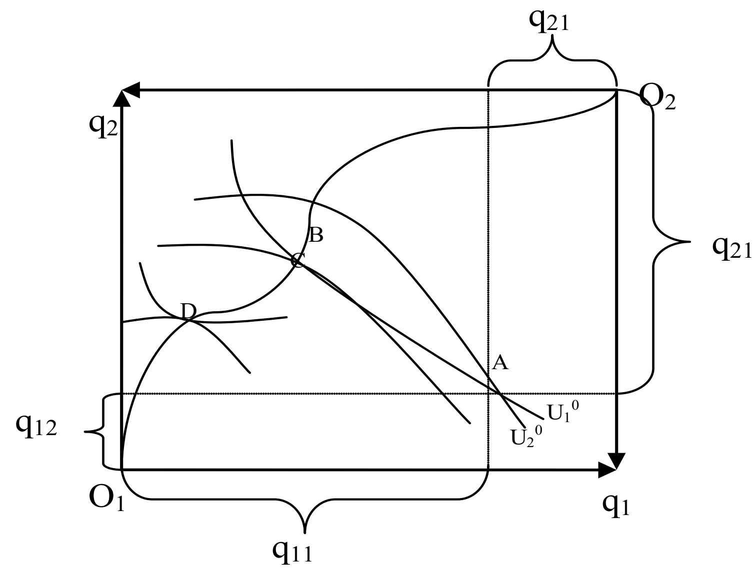
"Aproximación Familiar: Fundamentos"

Prof. José Alberto Molina

Primero, veamos la distribución óptima de los productos entre los individuos, suponiendo dadas las cantidades totales.

Asumimos constantes todas las variables excepto las cantidades demandadas factibles de cada bien por cada sujeto: q_{i1}, q_{i2} $(i = 1,2)$, siendo: $q_{11} + q_{21} = q_{1};\ q_{12} + q_{22} = q_2$

Utilizamos la Caja de Edgeworth:



Curva Contrato en Consumo: asignaciones que cumplen la tangencia entre las curvas de indiferencia

$$CCC = \{(q_{i1},q_{i2})\ (i=1,2);\ RMS^{q_{12}}_{q_{11}} = RMS^{q_{22}}_{q_{21}}\}$$

Máster Universitario Investigación Economía

Facultad de Economía y Empresa

Universidad de Zaragoza

Microeconomía

"Aproximación Familiar: Fundamentos"

Prof. José Alberto Molina

El problema de optimización se resuelve analíticamente de la siguiente forma:

$$Max\ U_2 = U_2\ (q_{21},\ q_{22})$$
$$s.a.\ U_1 = U_1(q_{11},q_{12})$$
$$q_{11}+q_{21}=q_1$$
$$q_{12}+q_{22}=q_2$$

$$\mathrm{L} = \mathrm{U}_2(q_{21},q_{22}) + \lambda\ [\mathrm{U}_1 - \mathrm{U}_1(q_1-q_{21},\ q_2-q_{22})]$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial q_{21}} &= U_{21} + \lambda U_{11} = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial q_{22}} &= U_{22} + \lambda U_{12} = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda} &= 0 \end{aligned}\right\} \frac{U_{21}}{U_{22}} = \frac{U_{11}}{U_{12}} \Rightarrow \mathrm{RMS}^{q_{12}}_{q_{11}} = \mathrm{RMS}^{q_{22}}_{q_{21}}$$

Máster Universitario Investigación Economía

Facultad de Economía y Empresa

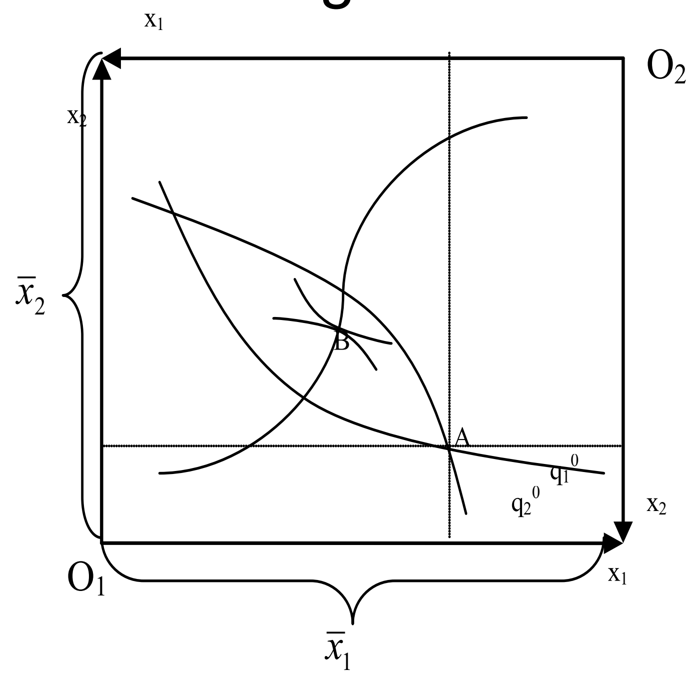
Universidad de Zaragoza

Microeconomía

"Aproximación Familiar: Fundamentos"

Prof. José Alberto Molina

Similarmente, veamos ahora la distribución óptima de los recursos adquiridos por las empresas en condiciones análogas a las del caso anterior:



Curva de Contrato de la Producción: asignaciones que cumplen la tangencia entre las curvas isocuantas:

$$CCP = \{(x_{j1}, x_{j2})\ (j=1,2); RTS^{x_{12}}_{x_{11}} = RTS^{x_{22}}_{x_{21}}\}$$

Máster Universitario Investigación Economía

Facultad de Economía y Empresa

Universidad de Zaragoza

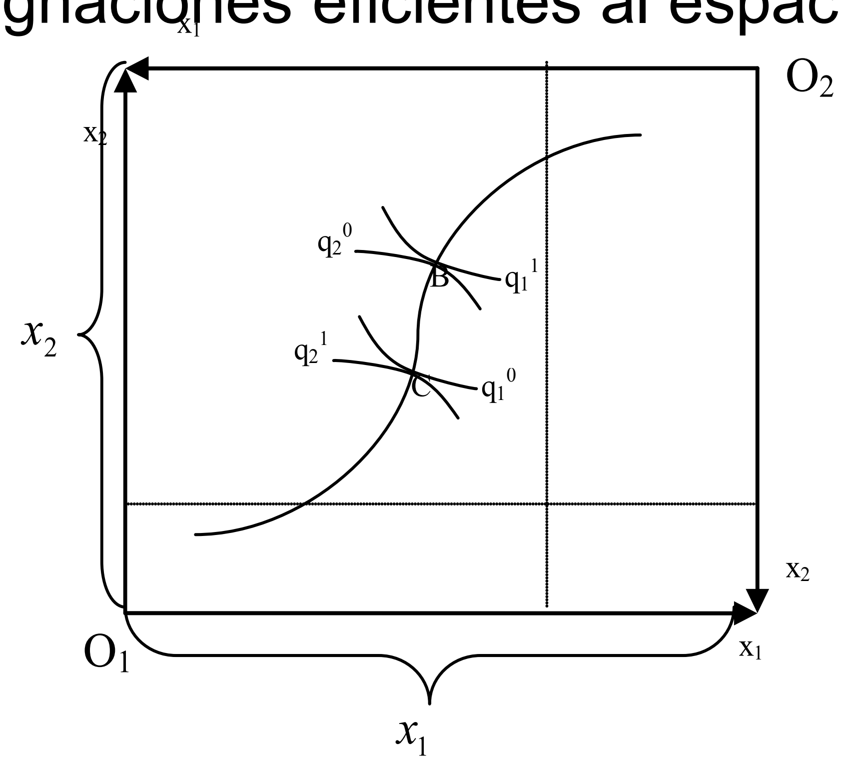
Microeconomía

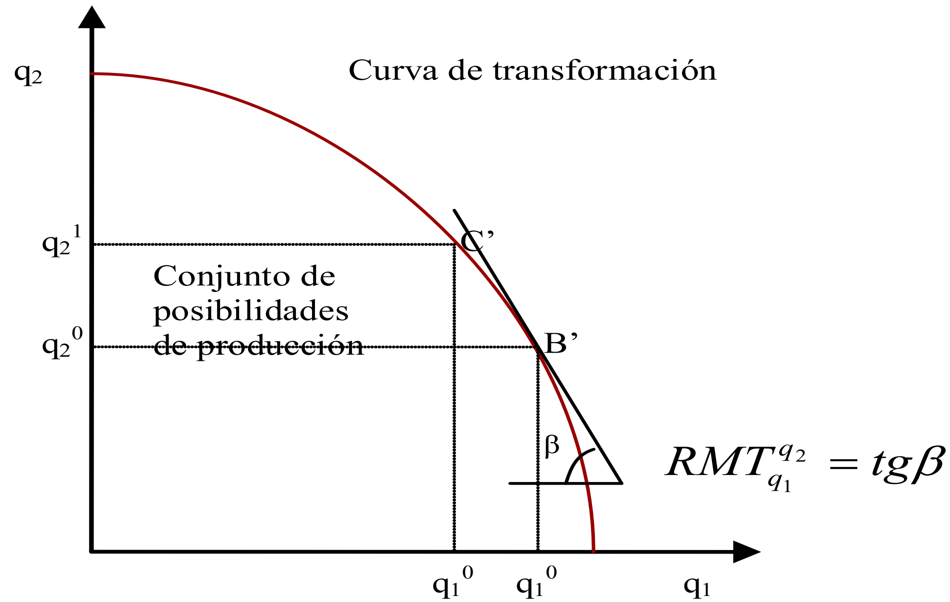
"Aproximación Familiar: Fundamentos"

Prof. José Alberto Molina

Partiendo del diagrama anterior, que nos proporciona las distintas combinaciones de cantidades de recursos eficientes, podemos obtener una relación funcional que nos asigne, para cada volumen dado de producción de un bien, la máxima cantidad que puede producirse del otro, dada una asignación óptima de recursos productivos.

Partimos del espacio de factores y trasladamos las asignaciones eficientes al espacio de bienes:





La frontera del conjunto de posibilidades de producción es la curva de transformación, cuya pendiente negativa es la relación marginal de transformación: $RMT_{q_1}^{q_2} = -\frac{dq_2}{dq_1} = tg\beta$

que indica la tasa a la que un producto puede transformarse eficientemente en otro transmitiendo recursos entre las empresas.

Máster Universitario Investigación Economía

Facultad de Economía y Empresa

Universidad de Zaragoza

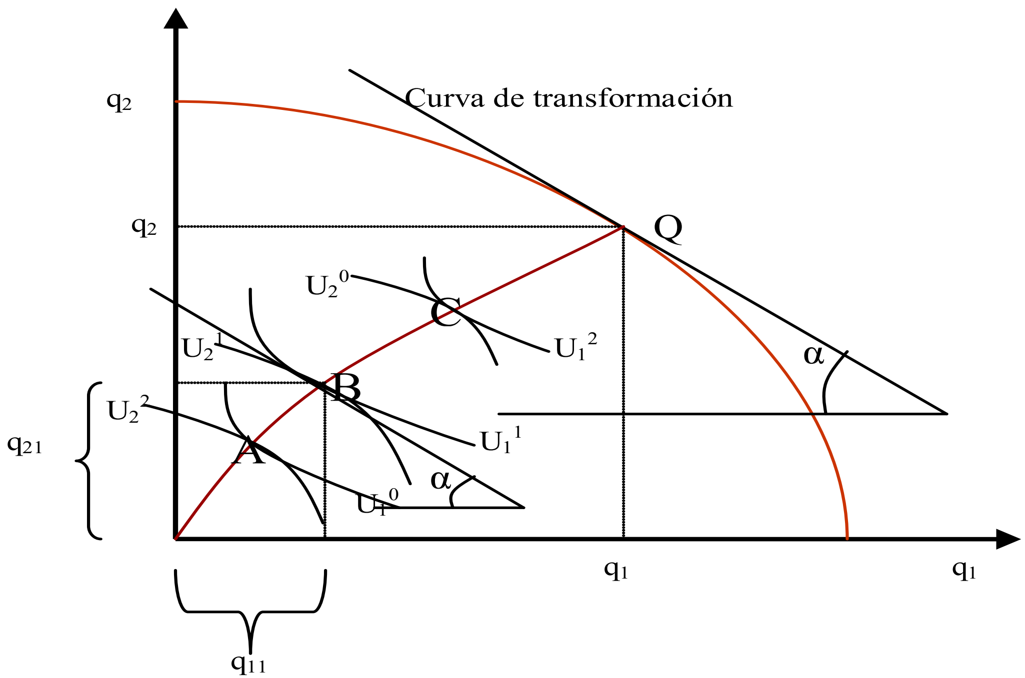
Microeconomía

"Aproximación Familiar: Fundamentos"

Prof. José Alberto Molina

Veamos seguidamente la determinación de la condición de optimalidad global de la economía.

La combinación de producción que cumpla la igualdad entre las pendientes (negativas) de las curvas de indiferencia y de la curva de trasformación es una asignación óptima paretiana.



$$RMS^{q_{12}}_{q_{11}} = RMS^{q_{22}}_{q_{21}} = RMT^{q_2}_{q_1}$$

Máster Universitario Investigación Economía

Facultad de Economía y Empresa

Universidad de Zaragoza

Microeconomía

"Aproximación Familiar: Fundamentos"

Prof. José Alberto Molina

Analíticamente, el problema analítico de la condición de optimalidad global de la economía incluye todos los elementos caracterizados inicialmente (preferencias, tecnologías y condiciones de factibilidad):

$$Max\ U_2 = U_2\ (q_{21}, q_{22})$$

$$s.a.\ U_1 = U_1(q_{11}, q_{12})$$

$$q_{11} + q_{21} = q_1 = f_1(x_{11}, x_{12})$$

$$q_{12} + q_{22} = q_2 = f_2(x_{21}, x_{22})$$

$$x_{11} + x_{21} = x_1$$

$$x_{12} + x_{22} = x_2$$

$$RMS_{q_{11}}^{q_{12}} = RMS_{q_{21}}^{q_{22}} = RMT_{q_1}^{q_2}$$

Máster Universitario Investigación Economía

Facultad de Economía y Empresa

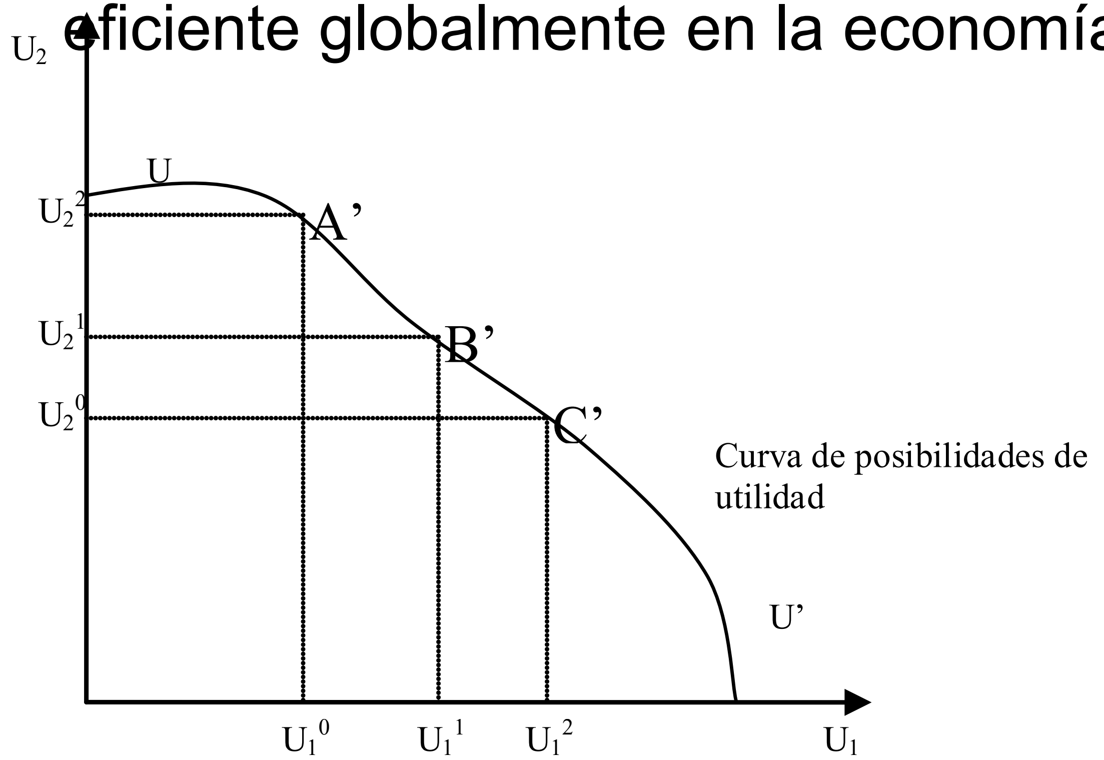
Universidad de Zaragoza

Microeconomía

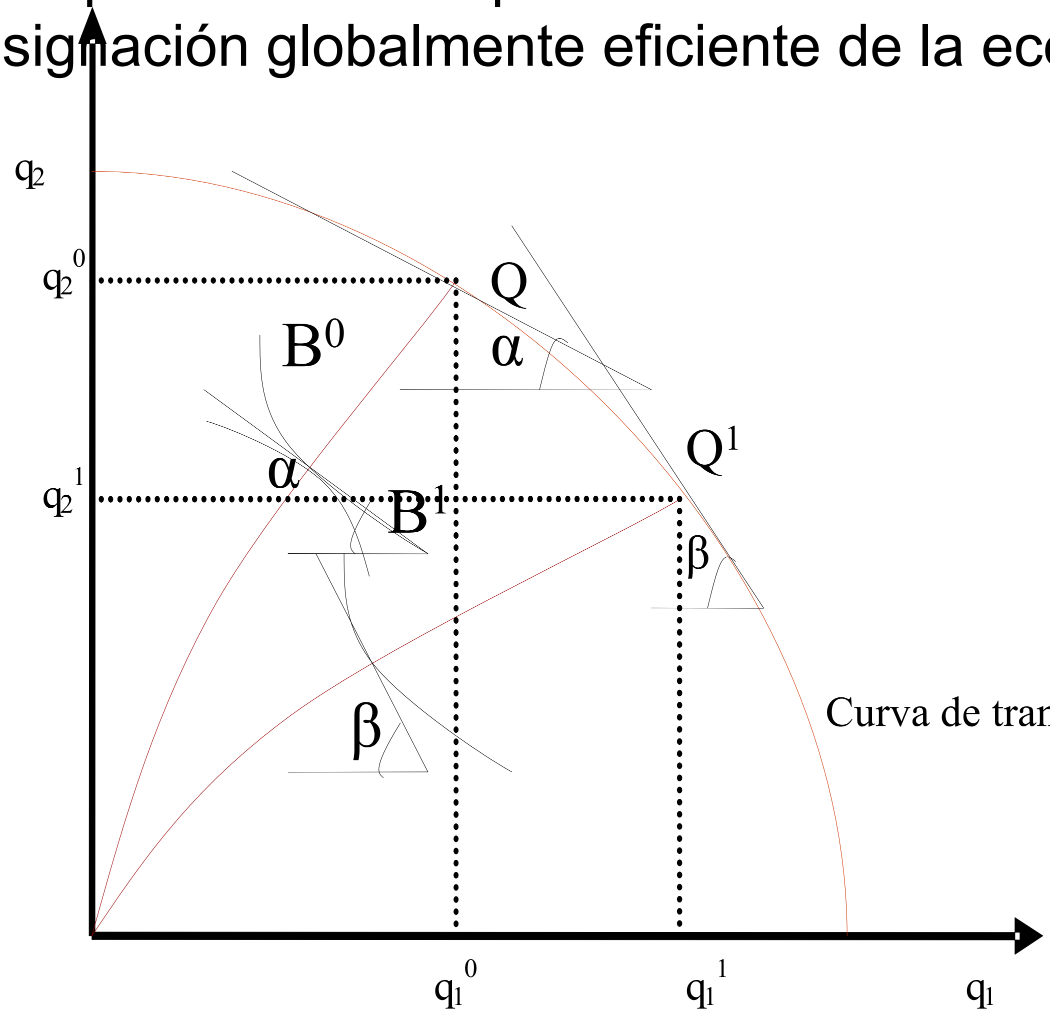
“Aproximación Familiar: Fundamentos”

Prof. José Alberto Molina

La distribución del bienestar de un óptimo parereretiano se basa en la curva de posibilidades de utilidad, la cual se obtiene trasladando las asignaciones del espacio de bienes al espacio de utilidades teniendo en cuenta que todas ellas son asignaciones eficientes en consumo, pero sólo una será eficiente globalmente en la economía:



Finalmente, la frontera del bienestar se obtiene como envolvente de las infinitas curvas de posib. de utilidad, construyéndose de forma que cada curva posib. utilidad aporta a la frontera sólo la asignación globalmente eficiente de la economía:



Máster Universitario Investigación Economía

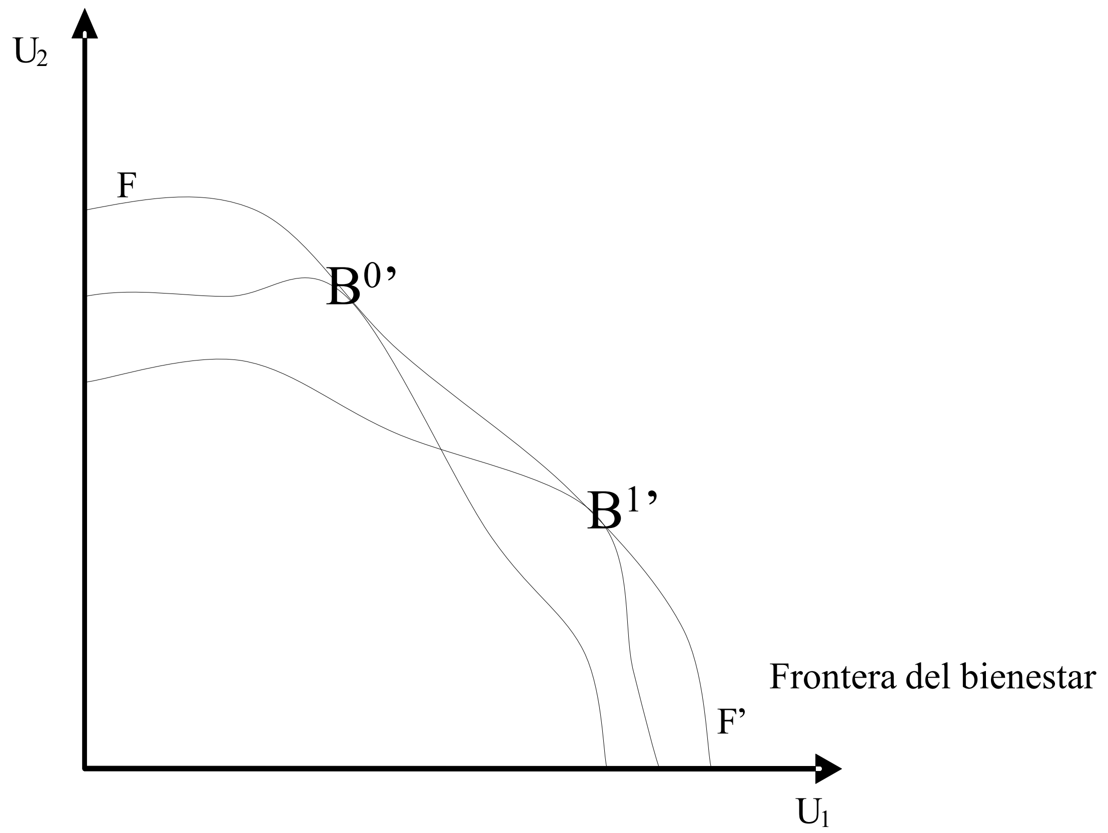
Facultad de Economía y Empresa

Universidad de Zaragoza

Microeconomía

"Aproximación Familiar: Fundamentos"

Prof. José Alberto Molina



Por lo tanto, la frontera del bienestar está formada por todas las asignaciones globalmente eficientes.

Tras conocer las condiciones de optimalidad paretiana, vamos a relacionarlas con las condiciones de equilibrio de mercado, las cuales se obtienen separadamente para consumidores y productores.

Respecto a los consumidores:

$$Max\ U_i = U_i(q_{i1},q_{i2})$$

$$s.a.\ Y_i = p_1 q_{i1} + p_2 q_{i2}$$

$$L = U_i(q_{i1},q_{i2}) + \lambda\,[Y_i - p_1 q_{i1} + p_2 q_{i2}]$$

$$\left.\begin{aligned}
\frac{\partial L}{\partial q_{i1}} &= U_{i1} - \lambda p_1 = 0 \\
\frac{\partial L}{\partial q_{i2}} &= U_{i2} - \lambda p_2 = 0 \\
\frac{\partial L}{\partial \lambda} &= 0
\end{aligned}\right\} \quad \frac{\mathrm{U}_{i1}}{\mathrm{U}_{i2}} = \frac{\mathrm{p}_1}{\mathrm{p}_2} \qquad \mathrm{RMS}^{12}_{11} = \mathrm{RMS}^{22}_{21} = \frac{\mathrm{p}_1}{\mathrm{p}_2}$$

Respecto a los productores:

$$Max\ \pi_i = P_i q_i - r_1 x_{i1} - r_2 x_{i2} = p_i f_i(x_{i1}, x_{i2}) - r_1 x_{i1} - r_2 x_{i2}$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial \pi_i}{\partial x_{i1}} &= p_i \frac{\partial f_i}{\partial x_{i1}} - r_1 = 0 \\ \frac{\partial \pi_i}{\partial x_{i2}} &= p_i \frac{\partial f_i}{\partial x_{i2}} - r_2 = 0 \end{aligned}\right\} \quad \left.\begin{aligned} p_i f_{i1} &= r_1 \\ p_i f_{i2} &= r_2 \end{aligned}\right\} \quad \frac{f_{i1}}{f_{i2}} = \frac{r_1}{r_2}$$

$$RTS^{x_{22}}_{x_{21}} = RTS^{x_{12}}_{x_{11}} = \frac{r_1}{r_2}$$

Respecto a la economía en su conjunto, recordamos que la RMT puede expresarse, como se comprueba en la optimización analítica de la economía, como cociente entre las productividades marginales correspondientes al mismo bien:

$$RMT_{q_1}^{q_2} = \frac{f_{22}}{f_{12}} \Rightarrow$$

y sabiendo que: $p_i f_{i2} = r_2 \rightarrow p_1 f_{12} = r_2 \quad p_2 f_{22} = r_2$

entonces: $$\Rightarrow RMT_{q_1}^{q_2} = \frac{f_{22}}{f_{12}} = \frac{\cancel{r_2}/p_2}{\cancel{r_2}/p_1} = \frac{p_1}{p_2}$$

por lo que la condición de equilibrio global de la economía es: $$RMS_{q_{21}}^{q_{22}} = RMS_{q_{11}}^{q_{12}} = RMT_{q_1}^{q_2} = \frac{p_1}{p_2}$$

Tras analizar las relaciones entre la optimalidad y el equilibrio, enunciamos los dos teoremas del bienestar:

1. Si (**q**, **p**) es un equilibrio, entonces la asignación **q** es Pareto eficiente

2. Siendo **q** Pareto eficiente y suponiendo preferencias convexas, contínuas y monótonas, entonces existe una distribución de la riqueza tal que **q** es un equilibrio competitivo

Este segundo Teorema garantiza que toda asignación eficiente puede ser alcanzada como un equilibrio si se distribuye convenientemente la riqueza de los individuos.

El Teorema asegura que cualquier asignación eficiente puede descentralizarse, siempre que se redistribuyan adecuadamente los recursos iniciales, ya que permite alcanzarla como resultado de la coordinación, a través de los mercados, de las acciones puramente individuales.

Máster Universitario Investigación Economía

Facultad de Economía y Empresa

Universidad de Zaragoza

2.- EXTERNALIDADES Y BIENES PÚBLICOS

Una de las propiedades fundamentales del modelo competitivo es que el equilibrio resultante es una asignación eficiente en el sentido de Pareto. Dicho resultado depende de una serie de supuestos restrictivos.

Las situaciones en las que la asignación de equilibrio general no es óptimo de Pareto se conocen como fallos de mercado, entre los que destacamos las externalidades y la presencia de bienes públicos.

Microeconomía

“Aproximación Familiar: Fundamentos”

Prof. José Alberto Molina

Máster Universitario Investigación Economía

Facultad de Economía y Empresa

Universidad de Zaragoza

Microeconomía

"Aproximación Familiar: Fundamentos"

Prof. José Alberto Molina

2.1.- Externalidades

En el tratamiento del mecanismo competitivo se supone que no hay interacción directa entre los consumidores, entre los productores y tampoco entre ambos tipos de agentes. Así, el supuesto de independencia entre las funciones de producción de las empresas y las funciones de utilidad de los consumidores es un elemento clave en el establecimiento de las propiedades del equilibrio.

Sin embargo, en la vida real existen situaciones en las que algunas de las variables que afectan a la utilidad o al beneficio del individuo que toma las decisiones, se encuentran bajo el control de otro sujeto decisor, caracterizándose así la existencia del denominado efecto externo (positivo o negativo).

Máster Universitario Investigación Economía

Facultad de Economía y Empresa

Universidad de Zaragoza

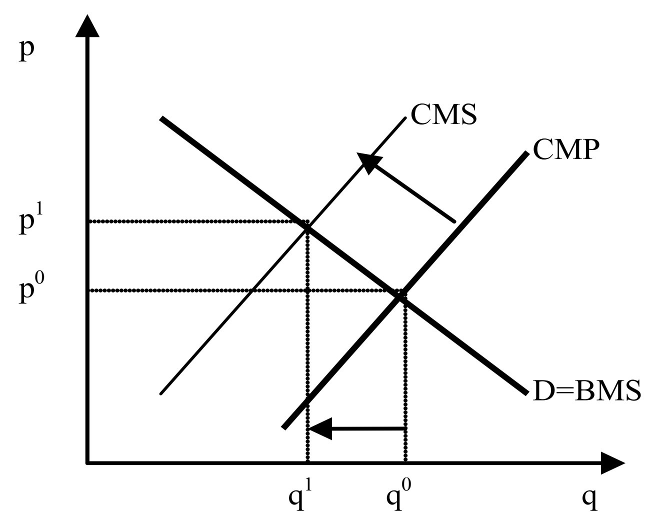
Microeconomía

"Aproximación Familiar: Fundamentos"

Prof. José Alberto Molina

Efecto externo negativo

Supongamos una industria competitiva dedicada a la producción de pasta de papel. Cada empresa estará en equilibrio cuando p=CMP (Coste Marginal Privado), donde p es el precio del producto (Demanda). Sin embargo, la existencia de un CME (CMExterno) genera un CMS (CMSocial) que provoca una divergencia entre esta nueva asignación eficiente y la inicial de equilibrio:

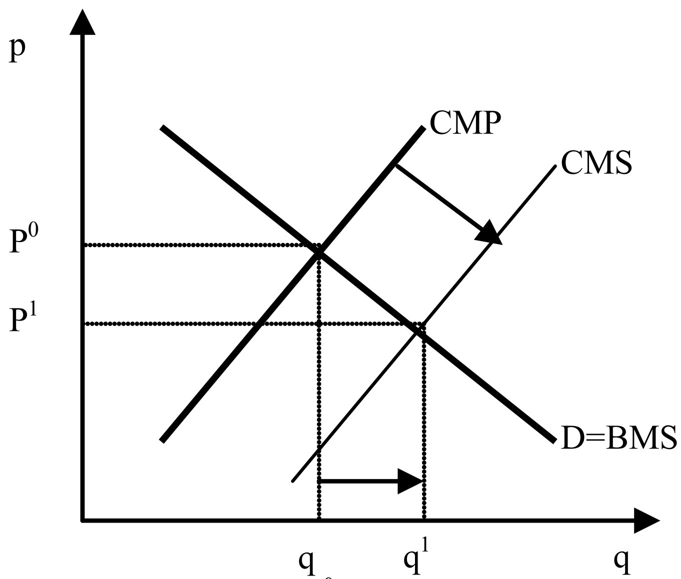


CME >0

CMS>CMP

Efecto externo positivo

Supongamos ahora que un apicultor quiere instalar sus colmenas en las proximidades de una finca que produce limones y naranjas. En este caso, el CME negativo genera una divergencia entre el equilibrio inicial y la nueva situación óptima:



CME < 0

CMS<CMP

Máster Universitario Investigación Economía

Facultad de Economía y Empresa

Universidad de Zaragoza

Microeconomía

"Aproximación Familiar: Fundamentos"

Prof. José Alberto Molina

Generalizamos la divergencia entre equilibrio y eficiencia:

Hacemos explícita la presencia de un individuo: $U = U(q_1, q_2, q_0)$

y el efecto externo viene dado por: $q_2 = f_2(x_2, q_1)$, siendo $\frac{\partial f_2}{\partial q_1} > 0$, ó $\frac{\partial f_2}{\partial q_1} < 0$

Calculamos primero la signación óptimo paretiana:

$$Max\ U = U(q_1, q_2, q_0)$$

$$s.a.\ q_1 = f_1(x_1),\ q_2 = f_2(x_2, q_1),\ x = x_1 + x_2 + q_0$$

$$L = U(q_1, q_2, q_0) + \lambda_1[q_1 - f_1(x_1)] + \lambda_2[q_2 - f_2(x_2, q_1)] + \lambda_3[x - x_1 - x_2 - q_0]$$

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{\partial L}{\partial q_1} = U_1 + \lambda_1 - \lambda_2 \frac{\partial f_2}{\partial q_1} = 0\\
&\frac{\partial L}{\partial q_2} = U_2 + \lambda_2 = 0\\
&\frac{\partial L}{\partial q_0} = U_0 - \lambda_3 = 0\\
&\frac{\partial L}{\partial x_1} = -\lambda_1 \frac{df_1}{dx_1} - \lambda_3 = 0\\
&\frac{\partial L}{\partial x_2} = -\lambda_2 \frac{\partial f_2}{\partial x_2} - \lambda_3 = 0\\
&\frac{\partial L}{\partial \lambda_i} = 0
\end{aligned}\right\}$$

De (1) y (3): $\frac{U_1}{U_0} = \frac{-\lambda_1}{\lambda_3} + \frac{\lambda_2}{\lambda_3}\frac{\partial f_2}{\partial q_1} \Rightarrow$

con (4) y (5): $\frac{U_1}{U_0} = \frac{1}{df_1/dx_1} - \frac{\partial f_2/\partial q_1}{\partial f_2/\partial x_2}$

De (2) y (3): $\frac{U_2}{U_0} = -\frac{\lambda_2}{\lambda_3} \Rightarrow$

Con (5): $\frac{U_2}{U_0} = \frac{1}{\partial f_2/\partial x_2}$

Máster Universitario Investigación Economía

Facultad de Economía y Empresa

Universidad de Zaragoza

Microeconomía

"Aproximación Familiar: Fundamentos"

Prof. José Alberto Molina

Obtenemos ahora la asignación competitiva:

El consumidor:

$$\textit{Max } U = U(q_1,q_2,q_0),\ s.a.\ wx = p_1q_1 + p_2q_2 + wq_0$$

$$L = U(q_1,q_2,q_0) + \lambda_1[wx - p_1q_1 - p_2q_2 - wq_0]$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial q_1} &= U_1 - \lambda p_1 = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial q_2} &= U_2 - \lambda p_2 = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial q_0} &= U_0 - \lambda w = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda} &= 0 \end{aligned}\right\} \quad \lambda = \frac{U_1}{p_1} = \frac{U_2}{p_2} = \frac{U_0}{w} \Leftrightarrow \quad \frac{U_1}{U_0} = \frac{p_1}{w} \quad \frac{U_2}{U_0} = \frac{p_2}{w}$$

Cada empresa: $\textit{Max } B_i = p_iq_i - wx_i \quad (i = 1,2)$

$$\left.\begin{aligned} \frac{dB_1}{dx_1} &= p_1\frac{df_1}{dx_1} - w = 0 \\ \frac{\partial B_2}{\partial x_2} &= p_2\frac{\partial f_2}{\partial x_2} - w = 0 \end{aligned}\right\} \quad \frac{p_1}{w} = \frac{1}{df_1/dx_1} \quad \frac{p_2}{w} = \frac{1}{\partial f_2/\partial x_2}$$

Máster Universitario Investigación Economía

Facultad de Economía y Empresa

Universidad de Zaragoza

Microeconomía

"Aproximación Familiar: Fundamentos"

Prof. José Alberto Molina

Comprobamos la existencia de una clara la divergencia derivada del efecto externo que provoca el bien Q1: $\frac{\partial f_2}{\partial q_1} > 0$, ó $\frac{\partial f_2}{\partial q_1} < 0$

En la asignación paretiana:

$$\frac{U_1}{U_0} = \frac{1}{df_1/dx_1} - \frac{\partial f_2/\partial q_1}{\partial f_2/\partial x_2}$$

$$\frac{U_2}{U_0} = \frac{1}{\partial f_2/\partial x_2}$$

mientras que en la asignación competitiva:

$$\frac{U_1}{U_0} = \frac{p_1}{w} \qquad \frac{p_1}{w} = \frac{1}{df_1/dx_1}$$

$$\frac{U_2}{U_0} = \frac{p_2}{w} \qquad \frac{p_2}{w} = \frac{1}{\partial f_2/\partial x_2}$$

Máster Universitario Investigación Economía

Facultad de Economía y Empresa

Universidad de Zaragoza

Microeconomía

"Aproximación Familiar: Fundamentos"

Prof. José Alberto Molina

Medidas correctoras

1) Creación mercado para efecto externo

Efecto externo negativo: *Pe>0* .Se genera un mercado que implica un precio que abona el generador del efector externo al comprar el derecho, por ejemplo, a contaminar, y que recibe el agente que sufre dicha contaminación.

Maximizan el beneficio individual de dos empresas que producen Q_1 y Q_2 a partir del factor trabajo:

$$\left.\begin{aligned} B_1 &= p_1 f_1(x_1) - wx_1 - pef_1(x_1) \\ B_2 &= p_2 f_2(x_{2,}q_1) - wx_2 + pef_1(x_1) \end{aligned}\right\}$$

pe >0 efecto negativo
pe >0 efecto positivo

La maximización de estas funciones genera una solución en la que desaparece la divergencia entre la asignación competitiva y la eficiente paretiana.

2) Integración de las empresas

Maximizar beneficio conjunto

$$B_c = p_1 f_1(x_1) + p_2 f_2(x_2, f_1(x_1)) - wx_1 - wx_2$$

3) Solución fiscal

Maximizar los beneficios individuales suponiendo una tasa que grava a quien produce el efecto e indemniza al agente afectado

$$B_1 = p_1 f_1(x_1) - wx_1 - tp_1 f_1(x_1) = (1-t)\, p_1 f_1(x_1) - wx_1$$

$$B_2 = p_2 f_2(x_2, q_1) - wx_2 + tp_1 f_1(x_1)$$

2.2.- Bienes públicos

Los bienes privados puros se caracterizan por poseer dos propiedades fundamentales: son bienes rivales (su consumo o uso por parte de un agene impiede que otro distinto pueda emplearlo) y son bienes de uso excluyente (si un consumidor desea adquirirlos, puede no comprarlos). Los bienes que no poseen ninguna de las dos propiedades son bienes públicos puros: ninguno de los individuos que integran una economía puede excluirse y todos los agentes de una economía consumen la dosis total.

Los bienes mixtos tienen algunas propiedades de los bienes públicos y otras de los bienes privados: bienes excluibles no rivales y bienes rivales no excluibles.

La existencia de bienes públicos, tanto puros, como mixtos, plantea problemas relacionados con la eficiencia en la asignación de recursos.

Cuando éstos son utilizados sin pagar un precio por su uso, no se dispone de señales de mercado que indiquen la valoración de los bienes y no se sabe si se está ofreciendo al mercado una cantidad apropiada de los mismos.

Máster Universitario Investigación Economía

Facultad de Economía y Empresa

Universidad de Zaragoza

Microeconomía

"Aproximación Familiar: Fundamentos"

Prof. José Alberto Molina

Divergencia entre la asignación competitiva y el óptimo de Pareto:

Asignación competitiva (Q_1 público y Q_2 privado)

Consumidores:

$$Max\ U_i = U_i(q_1, q_{i2})$$

$$s.a.\ Y_i = p_1 q_1 + p_2 q_{i2}$$

Productores:

$$Max\ B_i = p_i f_i(x_{i1}, x_{i2}) - r_1 x_{i1} - r_2 x_{i2}$$

$$\mathrm{RMS}_{q_{11}}^{q_{12}} = \mathrm{RMS}_{q_{21}}^{q_{22}} = \mathrm{RMT}_{q_1}^{q_2} = \frac{p_1}{p_2}$$

Óptimo de Pareto:

Q_1 público $q_1 = q_{11} = q_{21}$ Agente 1: $U_1 = U_1\,(q_1, q_{12})$

Q_2: Privado $q_2 = q_{12} + q_{22}$ Agente 2: $U_2 = U_2\,(q_1, q_{22})$

Función transformación: $F\,(q_1, q_2) = 0$

El problema de optimización paretiana se plantea maximizando la utilidad de un agente, sujeto a la del otro y a la tecnología productiva:

$$Max\ U_2 = U_2\,(q_1, q_{22})$$

$$s.a.\ U_1 = U_1\,(q_1, q_{12})$$

$$F\,(q_1, q_2) = 0$$

Máster Universitario Investigación Economía

Facultad de Economía y Empresa

Universidad de Zaragoza

Microeconomía

"Aproximación Familiar: Fundamentos"

Prof. José Alberto Molina

$$L = U_2(q_1, q_{22}) + \lambda_1 [U_1 - U_1(q_1, q_{12})] + \lambda_2 [F(q_1, q_{12} + q_{22})]$$

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\partial L}{\partial q_1} = U_{21} - \lambda_1 U_{11} + \lambda_2 F_1 = 0 \\ &\frac{\partial L}{\partial q_{12}} = -\lambda_1 U_{12} + \lambda_2 F_2 = 0 \\ &\frac{\partial L}{\partial q_{22}} = U_{22} + \lambda_2 F_2 = 0 \\ &\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0 \end{aligned}\right\} \frac{-\lambda_1 U_{12}}{U_{22}} = 1 \rightarrow \lambda_1 = \frac{-U_{22}}{U_{12}}; \lambda_2 = \frac{-U_{22}}{F_2}$$

$$\Rightarrow U_{21} + \frac{U_{22}}{U_{12}} U_{11} - \frac{U_{22}}{F_2} F_1 = 0 \Rightarrow U_{21} = U_{22}\left(\frac{-U_{11}}{U_{12}} + \frac{F_1}{F_2}\right) \Rightarrow \frac{U_{21}}{U_{22}} = \frac{-U_{11}}{U_{12}} + \frac{F_1}{F_2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{F_1}{F_2} = \frac{U_{11}}{U_{12}} + \frac{U_{21}}{U_{22}} \Leftrightarrow$$

$$RMS_{q_{11}}^{q_{12}} + RMS_{q_{21}}^{q_{22}} = RMT_{q_1}^{q_2}$$

Máster Universitario Investigación Economía

Facultad de Economía y Empresa

Universidad de Zaragoza

Microeconomía

"Aproximación Familiar: Fundamentos"

Prof. José Alberto Molina

La clara divergencia entre equilibrio y optimalidad puede resolverse a través de la medida correctora:

El equilibrio de Lindhal

El vector de precios de equilibrio $p^{*}= (p_1^{*}, p_2^{*})$ no contiene la información suficiente para la situación óptima competitiva → Mecanismo que permita revelar correctamente las preferencias de los individuos por el bien público: personalizar los precios del bien público: $p^{*A}= (p_1^{1*}, p_1^{2*}, p_2^{*})$

Considerando:

$$RMS^{q_{12}}_{q_{11}} = \frac{U_{11}}{U_{12}} = \frac{p_1^1}{p_2} \qquad RMS^{q_{22}}_{q_{21}} = \frac{U_{21}}{U_{22}} = \frac{p_1^2}{p_2}$$

La solución óptima coincide con la competitiva

$$\left[\frac{F_1}{F_2}\right]_{OP} = \frac{U_{11}}{U_{12}} + \frac{U_{21}}{U_{22}} = \frac{p_1^1}{p_2} + \frac{p_1^2}{p_2} = \frac{p_1}{p_2} = \left[\frac{F_1}{F_2}\right]_{EGC}$$

en el bien público: precio total = suma precios individuales

3.- LA FUNCIÓN DE BIENESTAR SOCIAL

Bergson en 1938 introduce el concepto de Función de Bienestar Social, la cual combina, tanto los juicios de valor paretianos, basados en la eficiencia, como los aspectos distributivos.

Al igual que en el terreno individual contamos con unas funciones de utilidad capaces de representar las preferencias del sujeto, podemos pensar en la existencia de una función que refleje las preferencias de toda la sociedad.

Del mismo modo, que la función de utilidad de un individuo depende de las cantidades consumidas de cada uno de los bienes por dicho sujeto, la función de bienestar social utilizará como argumentos los niveles de utilidad de cada uno de los miembros de la comunidad: $W = W(U_1, \ldots, U_n)$

Máster Universitario Investigación Economía

Facultad de Economía y Empresa

Universidad de Zaragoza

Microeconomía

"Aproximación Familiar: Fundamentos"

Prof. José Alberto Molina

Propiedades

1.- Depende, sólo, de los niveles de utilidad individuales de los miembros de la sociedad.

2.- La función de bienestar social es creciente respecto a los niveles individuales de utilidad.

$$\frac{\partial W}{\partial U_i} > 0 \qquad (i=1,..,n)$$

Consecuencia: negatividad de la pendiente de las curvas de isobienestar (lugar geométrico de los distintos niveles de utilidad que proporcionan el mismo nivel de bienestar social).

Dos individuos: $W = W(U_1, U_2)$

$$dW = 0 = \frac{\partial W}{\partial U_1} dU_1 + \frac{\partial W}{\partial U_2} dU_2 \Rightarrow \left.\frac{dU_2}{dU_1}\right|_{W^0} = -\frac{\partial W / \partial U_1}{\partial W / \partial U_2} < 0$$

La pendiente indica el grado de desigualdad implícito en la función de bienestar social.

Máster Universitario Investigación Economía

Facultad de Economía y Empresa

Universidad de Zaragoza

Microeconomía

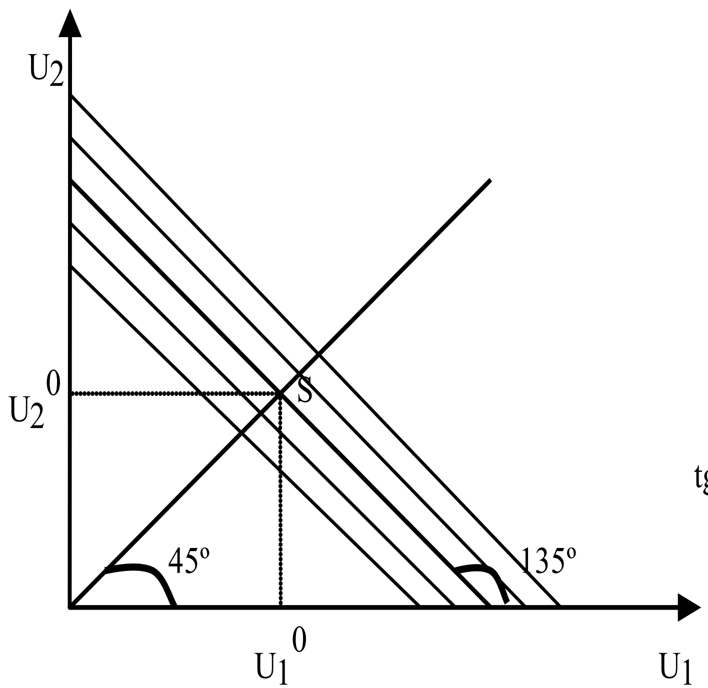
“Aproximación Familiar: Fundamentos”

Prof. José Alberto Molina

La función utilitarista o benthamita (valora el agregado de bienestar, no la desigualdad):

$$W = \sum_{i=1}^{n} U_i$$

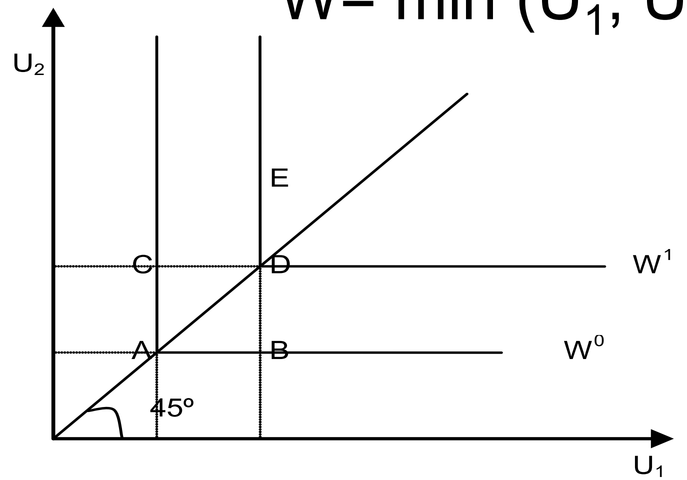
Isobienestar para dos individuos: $W^0 = U_1 + U_2$ → $0 = dU_1 + dU_2$ → $\left.\dfrac{dU_2}{dU_1}\right|_{W^0} = -1$



tg 135º= -1

La función de Rawls o maximín (sí tiene en cuenta la desigualdad entre individuos):

$$W = \min(U_1, U_2)$$



$$A: U_1^0 = U_2^0 \rightarrow W^0 = U_1^0 = U_2^0$$

$$B: U_1^1 > U_2^0 \rightarrow W^0 = U_2^0$$

$$C: U_1^0 < U_2^1 \rightarrow W^0 = U_1^0$$

$$D: U_1^1 \ (> U_1^0) = U_2^1 \ (> U_2^0) \rightarrow W^1 = U_1^1 = U_2^1 \rightarrow$$

$$W^0 = U_1^0 = U_2^0$$

Máster Universitario Investigación Economía

Facultad de Economía y Empresa

Universidad de Zaragoza

Microeconomía

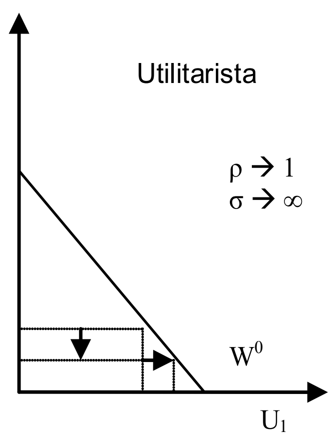
"Aproximación Familiar: Fundamentos"

Prof. José Alberto Molina

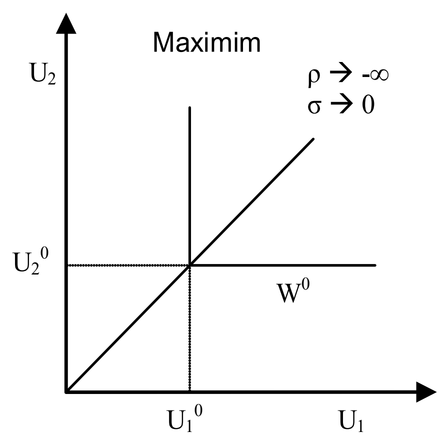
El caso intermedio entre las funciones de bienestar anteriores que no y sí valoran la desigualdad en el bienestar entre los individuos viene dada por la familia de funciones CES:

$$W = \left[\sum (U_i)^{\rho}\right]^{1/\rho} \quad \text{donde} \quad \sigma = \frac{1}{1-\rho}$$

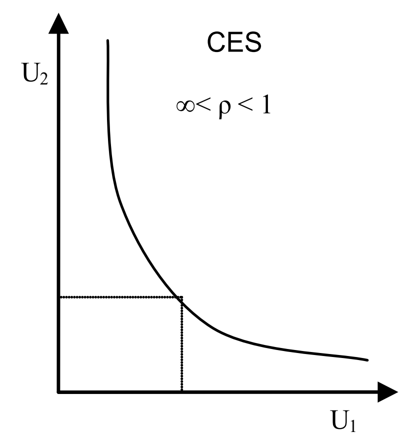
Gráficamente: $W = (U_1^{\rho} + U_2^{\rho})^{1/\rho}$



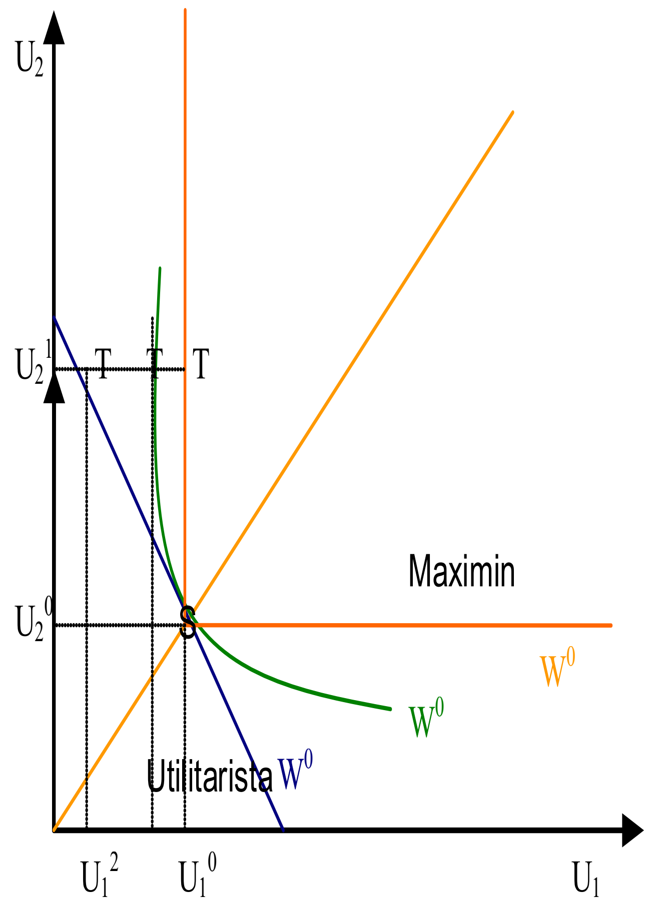
Las utilidades son perfectamente sustituibles



Las utilidades son insustituibles ($U_2=U_2^0$), al aumentar U_1, no aumenta W



Comparación entre las tres funciones: ante la misma variación de la utilidad del indiv. 2 (de S a T), la disminución en la utilidad del indiv. 1 depende de la función de bienestar social: mayor en la utilitarista y nula en la maximín:



Si ↑ U_2 de S a T (W^0 cte) → ↓ U_1 diferente según sea la FBS

Máster Universitario Investigación Economía

Facultad de Economía y Empresa

Universidad de Zaragoza

Microeconomía

"Aproximación Familiar: Fundamentos"

Prof. José Alberto Molina

Maximización del bienestar social en el espacio de utilidades: tangencia entre la curva isobienestar más alejada de la función de bienstar social y la curva de transformación